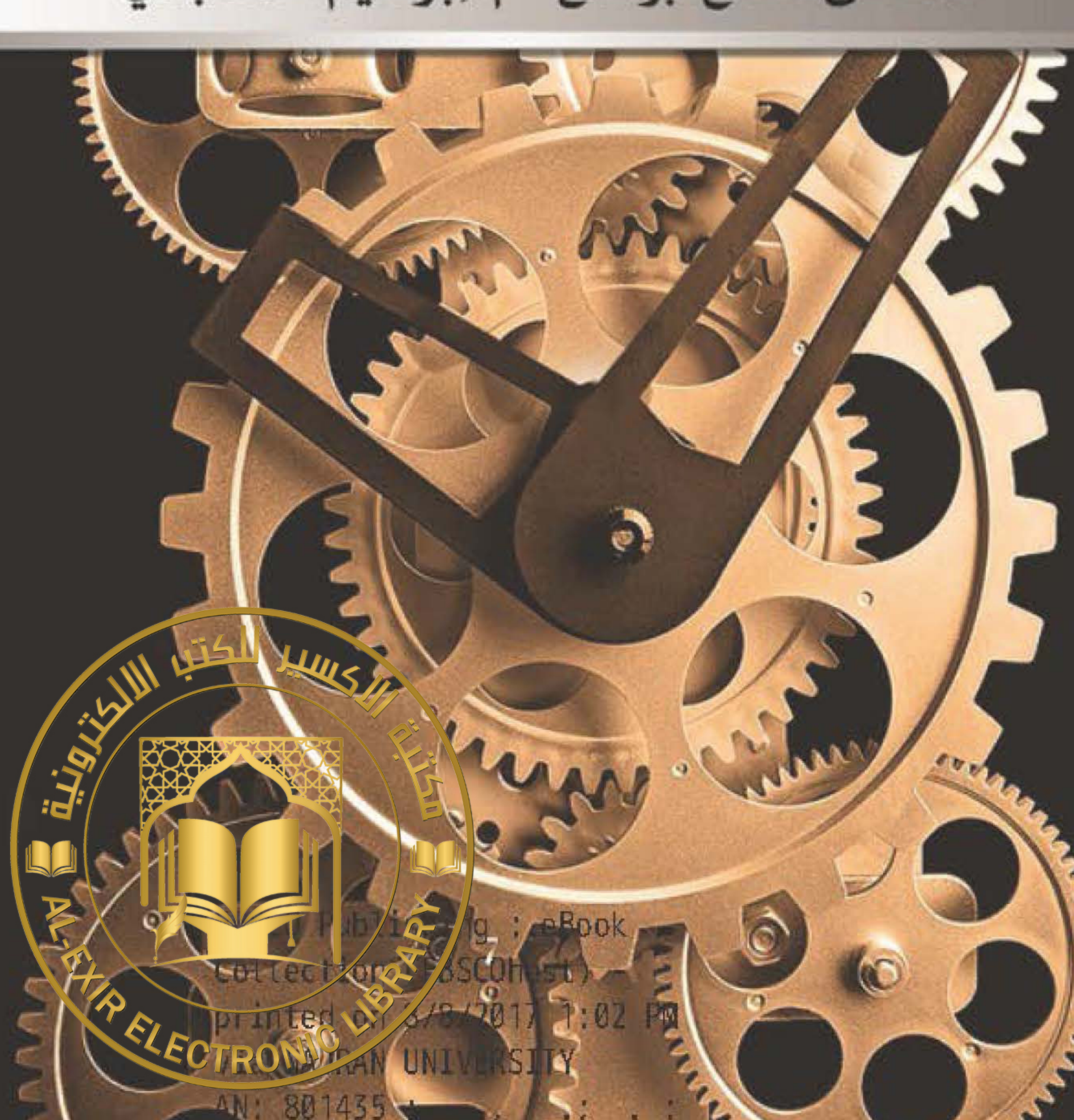
http://alexir.org

https://t.me/ixirbook

# ميكانيكا الآلات

## الجزء الأول

د. فتحى مفتاح ابوصاع م. إبراهيم أحمد بادي




Publishing : eBook Collection (EBSCOhost) - printed on 3/8/2017 1:02 PM
UNIVERSITY
AN: 801435

http://alexir.org

https://www.facebook.com/ixirbook

https://t.me/ixirbook




# ميكانيكا الآلات

(الجزء الأول)

# ميكانيكا الآلات
# Mechanics of Machines

## ( الجزء الأول )


تأليف

د.فتحي مفتاح أبو صاع
أستاذ مساعد بقسم الهندسة الميكانيكية

م. إبراهيم أحمد بادي
ماجستير هندسة ميكانيكية

عنوان الكتاب: ميكانيكا الآلات - الجزء الأول
تأليف: د. فتحي أبو صاع
م. إبراهيم أحمد بادي
رقم الإيداع: 2007/406
ردمك: ISBN: 978-9959-55-012-5

جميع الحقوق محفوظة للناشر
حقوق الملكية الأدبية والفنية جميعها محفوظة لجامعة 7 أكتوبر
ولا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو نقله على أي نحو، سواء بالتصوير أو بالتسجيل أو خلاف ذلك إلا بموافقة الناشر خطياً ومقدماً.

الطبعة الأولى
2008 مسيحي

منشورات
جامعة 7 أكتوبر
الإدارة العامة للمكتبات - إدارة المطبوعات والنشر
هاتف : 2627201 - 2627202 - 2627203- 2620648
فاكس: 051/2627350
ص.ب: 2478
الموقع الإلكتروني: www.7ou.edu.ly
البريد الإلكتروني: info@7ou.edu.ly

تم تخصيص الرقم الدولي الموحد للكتاب من قبل :
الوكالة الليبية للترقيم الدولي الموحد للكتاب
دار الكتب الوطنية - بنغازي - ليبيا
هاتف : 9097074 - 9096379 - 9090509
بريد مصور : 9097073
البريد الإلكتروني : nat_lib_libya@hotmail.com

# الإهداء

إلى

أساتذة قسم الهندسة الميكانيكية

وطلابه وطالباته

**المؤلفان**

نوفمبر 2008

# المحتويات

الموضوع | الصفحة

# المقدمة

علم ميكانيكا الآلات هو أحد أهم علوم الفيزياء التطبيقية، ويقوم على دراسة حالة الأجسام المتحركة بتأثير القوى المطبقة عليها، فعلم الميكانيكا بشكل عام وميكانيكا الآلات بشكل خاص هو من أقدم علوم الفيزياء التطبيقية، فأقدم الكتابات المدونة في مجال الأقسام الساكنة مثلاً عنت بدراسة العتلات والأجسام العائمة.

لقد تم إعداد هذا الكتاب وهو الجزء الأول ليكون بمثابة مادة أساسية يأخذها لأول مرة طلاب كليات الهندسة والمعاهد العليا الفنية، لقد كتبت مادته آملين في أن تفيد أيضاً الباحثين والعلميين والفنيين والتكنولوجيين في ميكانيكا الآلات.

ولله الحمد؛ اعتمد المؤلفان في معظم أجزاء هذا الكتاب على توضيح ما به من معلومات بالأمثلة المحلولة، حتى تكون بمثابة مرشد يقتدي به القارئ لحل ما قد يصادفه من تمارين أو مشاكل في حياته المهنية، وقد روعي في الأمثلة المحلولة في كل فصل من فصوله التعدد والتنوع، وهي أمثلة عملية تطبيقية تسهل للدارس لهذا المقرر الاستيعاب لما درسه من جزء نظري في مقرر ميكانيكا الآلات.

تبني المؤلفان أيضاً من خلال الخبرة في تدريس هذا المقرر الدراسي الجامعي «ميكانيكا الآلات» منهجية علمية وفق ظروف واقعية تطبيقية، هدفا منه نقل تلك الخبرة إلى الأستاذ والطالب في الحصول على معلومة مفيدة وواضحة بأسلوب يناسب كل مهتم، وبغرض المساعدة في بناء أساس قوي لاستيعاب المقرر، معتمدين على

فصوله الشاملة للعديد من النظريات المختلفة؛ النظري منها والتطبيقي، وللكتاب قيمة نظرية وتطبيقية بما يزوده من أسس نظرية تحليلية توضح النظريات المختلفة للآلات.

نتمنى أن نكون قد وفقنا في تقديم مادة علمية بطريقة سهلة ومفيدة وفرصة لنا أن نتوجه بالشكر إلى كل من قدم يد العون والمساعدة لإصداره بأفضل شكل ممكن.

**المؤلفان**

# الفصل الأول

# 1

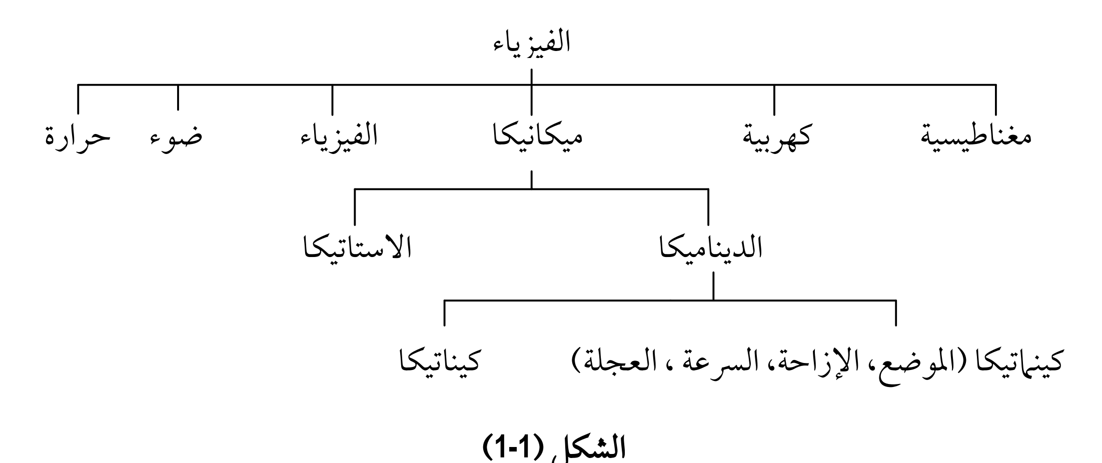
## مقدمة

### الكينماتيكا

الكينماتيكا، أو علم الحركة المجردة، هي فرع من الميكانيكا، والتي هي بدورها فرع من الفيزياء . الميكانيكا تتعامل مع الحركة، الكتلة، القوة، وتأثير القوى على الأجسام، وتقسم بشكل عام إلى قسمين: الديناميكا والاستاتيكا.

الاستاتيكا تتعامل مع القوى المؤثرة على الأجسام في حالة السكون، بينما تتعامل الديناميكا مع الحركة و تأثير القوى على الأجسام في حالة الحركة .

تقسم الديناميكا إلى جزأين: الكينماتيكا أو علم الحركة المجردة والكينتيكا (kinematics) أو علم الحركة الكينماتيكا هي دراسة القوى المؤثرة على الأجسام الخاسئة خلال حركتها وتأثير كل قوة على تغيير الحركة بينما تدرس الكينماتيكا حركة الأجسام بغض النظر على القوة المؤثرة عليها ويوضح الشكل (1-1) هذا التقسيم.




**الشكل (1-1)**

عندما تطبق مفاهيم الكينماتيكا في الآلات لحساب المواضع، والإزحات، والسرعات، والعجلات لأجزائها المختلفة يتم أطلاق مصطلح كينماتيكا الآلات kinematics of mechanic. في كينماتيكا الآلات القوة المؤثر على الأجزاء المختلفة تهمل.

## تصميم الآلات Mechanic Design

إن عملية تصميم الآلات عملية معقدة ويمثل الكينماتيكا طوراً منها فقط . الخطوات الأساسية المتبعة عند تصميم الآلات كالتالي:

- **الحساب الكينماتيكي Determining the kinematic scheme**

وتتضمن هذه الخطوة حسابات الحركات المطلوبة للحصول على الهدف المحدد للآلة. في هذه المرحلة العلاقات العامة فقط تحدد ويتم إيضاح الأجزاء المختلفة المطلوبة وكذلك وصف الحركات المطلوبة منها (kinematics).

- **حسابات القوى Determining the forces involved**

وتتضمن هذه المرحلة حسابات اتجاهات، وقيم، ونقاط تطبيق القوى الخارجية ( statics and dynamics).

- **حسابات الأجزاء وخواصها Determining the member proportions and materials**

وتشمل هذه المرحلة تحديد الشكل العام، الحجم، والمواد لكل جزء من الأجزاء لكي تتحمل القوى المؤثرة عليها (strength of material).

- **التصميم التفصيلي Detail Designing**

وتشمل هذه المرحلة الحسابات التفصيلية للأبعاد، الحدود والتفاوتات، طرق التصنيع، طرق التزييت، طرق التجميع، أنواع المحامل، المثبتات، جودة الأسطح، التغطية أو الحماية السطحية.

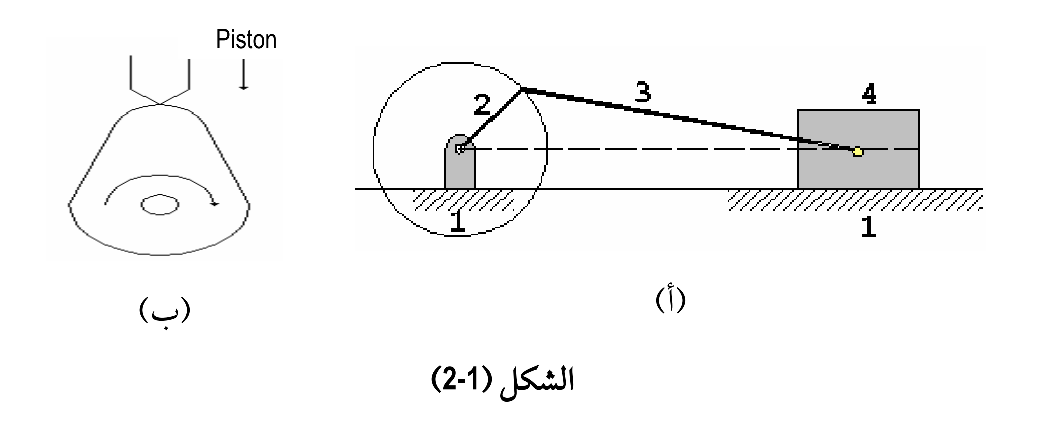
كذلك يتم أخذ الاعتبارات الأخرى مثل معامل الأمان، كلفة الإنتاج، رغبات الزبون، سهولة الخدمات ، الاعتبارات البيئية، الاهتزازات، الضوضاء.

## 1-1- مقدمة

تتزايد أهمية دراسة الآليات نتيجة للتقدم الهائل في المعدات الدقيقة، التحكم الآلي، الآلات المؤتمتة.

يمكن تعريف ميكانيكا الآلات بأنه ذلك الفرع من تصميم الآلات الذي يهتم بدراسة التصميم الحركي للأذرع والحدبات والتروس والسلاسل.

يوضح الشكل (1-2) آلية منزلق ذارع الوصلة 1 هي القاعدة frame وهي ثابتة، الوصلة 2 هي المرفق crank، الوصلة 3 هي ذراع التوصيل connecting rod والوصلة 4 هي المنزلق.




**الشكل (1-2)**

من الأمثلة الشائعة لهذه الآلية محركات الاحتراق الداخلي حيث يمثل الجزء 4 المكبس يوضح الشكل (1-2)ب منظومة حدبة وتابع، حيث تدور الحدبة بسرعة ثابتة لينتج عنها ارتفاع وانخفاض التابع. أن ارتفاع التابع ينتج عن دوران الحدبة بينما انخفاضه ينتج عن عجلة الجاذبية أو عن طريق النوابض. ومن الأمثلة على ذلك الصمامات الموجودة في محركات الاحتراق الداخلي والتي يتم فتحها عن طريق الحدبات.

يتم استخدام التروس في بعض التطبيقات لنقل السرعات من عمود دوّار إلى آخر.

وفي بعض الأحيان قد تستخدم سلسلة من التروس للحصول على نسبة التعشيق المطلوبة.

## 2-1 مصطلحات مهمة

- **الآلية mechanism**

مجموعة من الأجسام الجاسئة التي تكوّن نتيجة لاتصالها شكلاً معيناً بحركة نسبية معنية.

- **الآلة machine**

هي عبارة عن آلية أو مجموعة آليات تقوم بنقل القدرة من مصدر الطاقة إلى المكان المطلوب، مثل محرك الاحتراق الداخلي.

- **الانتقال Translation**

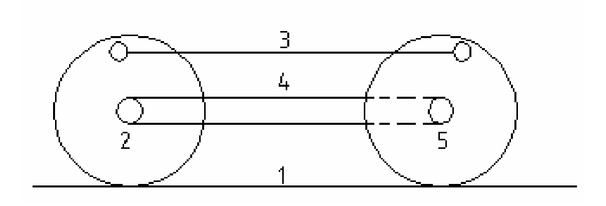
حركة جسم جاسئ بحيث تتحرك جميع النقاط بشكل متوازٍ.

**– الانتقال الخطي Rectilinear translation**

تتحرك جميع النقاط بشكل متوازٍ مستقيم (خلال مسارات متوازية مستقيمة)
عند تحرك الجسم إلى الأمام والخلف بهذه الطريقة يطلق عليه «يتردد» Reciprocate «شكل (1-2) ».

**– الانتقال المنحني Curvilinear translation**

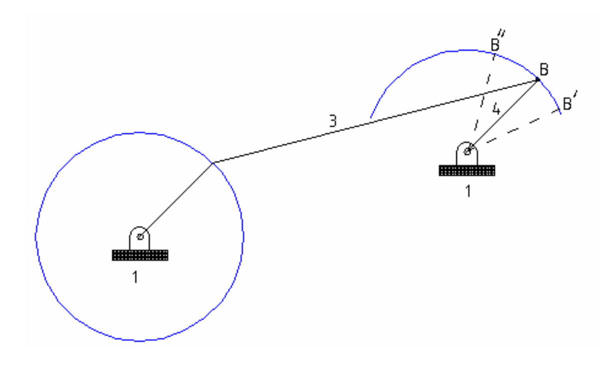
مسار النقاط المختلفة يكون منحنياً ومتماثلاً حول مستوى ثابت. في الشكل (1-3)، الوصلة 3 تنتقل انتقالاً منحنياً عند دوران العجلتين 2، 5.




**شكل (1-3)**

**– الدوران Rotation**

عند اكتساب كل نقطة من جسم جاسئ حركة وتظل في نفس الوقت على مسافة ثابتة من محور ثابت (نقطة ثابتة) فإنه يطلق على هذه الحركة دوران.
وعند تردد هذه الحركة ذهاباً وإياباً يطلق عليها تذبذب Oscillate، شكل (1-4).




شكل (1-4)

- الحركة اللولبية Helical motion

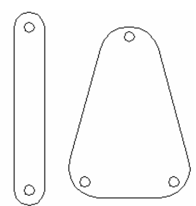
عند حركة جسم جاسئ بحيث تتحرك كل نقطة على الجسم حركة دورانية حول محور ثابت وفي نفس الوقت حركة انتقالية حول نفس المحور، فإنه يطلق على هذه الحركة الحركة اللولبية (مثل حركة الصامولة).

- **دورة وفترة وطور الحركة Cycle, Period, and phase of motion**

الدورة هي مرور أجزاء الآلية خلال جميع النقاط والعودة للنقطة الأصلية، الزمن المطلوب لهذه الدورة هو الفترة، أما المواقع اللحظية النسبية للآلية عند لحظة معنية فهي الطور.

- **الوصلة Link**

هي جسم جاسئ لها اثنان أو أكثر من عناصر التوصيل تصلها بوصلات أو أذرع أخرى لنقل القوة أو الحركة. ويوضح الشكل (1-5) أنواع مختلفة لوصلات ذات عنصرين وثلاث عناصر توصيل.



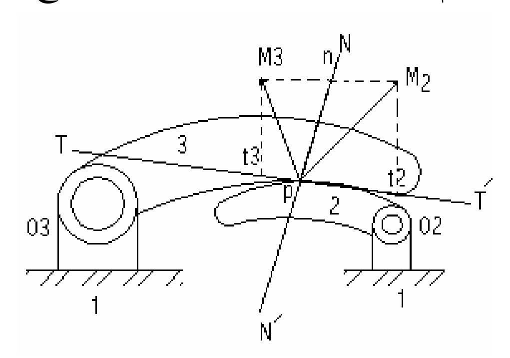
شكل (1-5)

## 3-1 نقل الحركة Transmission of motion

من المهم التفرقة بين ثلاث طرق رئيسية لنقل الحركة من جزء إلى آخر وذلك عند دراسة الآليات.

- الاتصال المباشر بين الأجزاء كما يحدث في حالة التروس أو الحدبات والتوابع.
- بواسطة ذراع توصيل أو وسيط لنقل الحركة.
- بواسطة موصل مرن، مثل السيور أو السلاسل.

في حالة الاتصال المباشر، كما موضح بالشكل (1-6)، يتم حساب السرعة الزاوية. يوضح الشكل حدبة 2 وتابعاً 3 في حالة اتصال عند النقطة P. تدور الحدبة في اتجاه عقارب الساعة، وسرعة النقطة P يتم تمثيلها بالمتجه $PM_2$ على اعتبار أنها تقع على الحدبة.




**الشكل (1-6)**

الخط $NN'$ عمودي على السطحين عند P ويعرف بالعمودي المشترك أو خط النقل Transmission، أو خط التأثير line of action المماس المشترك هو الخط $TT'$. يمكن تحليل المتجه $PM_2$ إلى مركباته $P_n$ على العمودي، $Pt_2$ على المماس.

ولأن الحدبة والتابع جسمان جاسئان وسيظلان في حالة اتصال دائم بالمركبة العمودية للنقطة P باعتبارها على الجسم 3 لابد أن تساوي العمودية للنقطة * والتي تقع على الجسم 2.

وبالتالي، وبمعرفة اتجاه السرعة النقطة P الواقعة على الذراع 3 (وهي في اتجاه النقطة

$O_3$)، ومركبتها العمودية فمن الممكن إيجاد السرعة $PM_3$ كما موضح بالشكل. من هذا المتجه يمكن إيجاد سرعة الزاوية من العلاقة $U=R\omega$، حيث U السرعة اللحظية لنقطة تتحرك على مسار نصف قطره R و $\omega$ هي السرعة الزاوية.

من المهم كذلك حساب سرعة الانزلاق، ومن الشكل يتضح أنها تساوي الفرق بين مركبتي السرعتين عن النقطة * (المماستين). وهذا الفرق يساوي المسافة $t_2t_3$. أما في حالة وقوع مركبتي السرعتين في نفس الاتجاه فإن سرعة الانزلاق تساوي حاصل طرح المركبتين والسرعتين، وعند وقوع النقطة P في منتصف المسافة فإن سرعة الانزلاق ستساوي صفراً.

لحساب سرعة الزاوية:

اسقط خطوطاً عمودية من النقطتين $O_2$ ، $O_3$ على الخط الرأسي ليتقاطعا عند e ،f.

$$\omega_2 = \frac{PM_2}{O_2P} \quad , \quad \omega_3 = \frac{PM_3}{O_3P}$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{PM_3}{O_3P} \times \frac{PM_2}{O_2P}$$

لتماثل المثلثين $PM_2n$ ،$O_2Pe$

$$\frac{PM_2}{O_2P} = \frac{Pn}{O_2e}$$

وكذلك المثلثين $PM_3n$ ،$O_3Pf$

$$\frac{PM_3}{O_3P} = \frac{Pn}{O_3f}$$

وبالتالي:

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{Pn}{O_3f} \times \frac{O_2e}{Pn} = \frac{O_2e}{O_3f}$$

لخط مماسي مشترك يقطع خط المراكز عند $k$، المثلثين $O_2ke$ و$O_3kf$ متماثلين، وبالتالي :

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{O_2 e}{O_3 f} = \frac{O_2 k}{O_3 k}$$

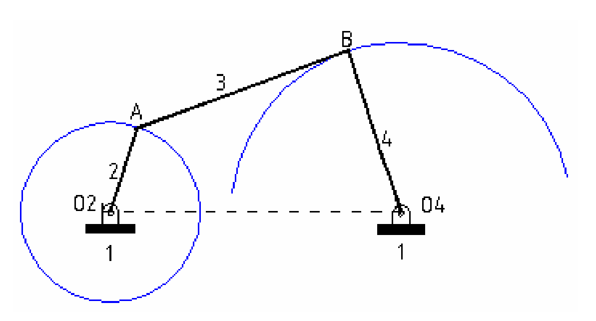
وبالتالي يمكننا القول أنه اللزوج من الأسطح المنحنية متصلة اتصالاً مباشراً، السرعة الزاوية تتناسب عكسياً مع الأجزاء التي تمثلها في خط المركز والمتقاطعة مع الرأسي.

## 4-1 الوصلات Linkages

سيتم هنا، وبشكل مبسط دراسة أهم أنواع الوصلات.

### 1-4-1 الوصلة رباعية القضبان Four bar linkages

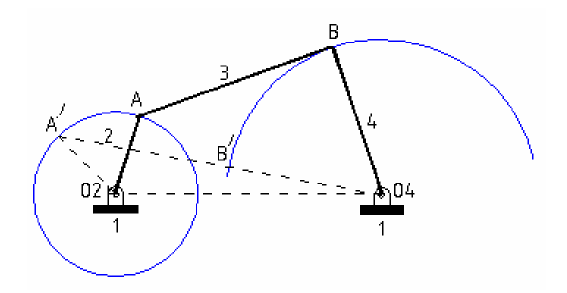
وهي أحد أبسط أنواع الوصلات، وأكثرها شيوعاً. ويوضح الشكل (1–7) هذه الوصلة.




**شكل (1-7)**

القضيب 1 يمثل القاعدة ويكون عادة ثابتاً، القضيب 2 هو القائد والذي يمكن أن يدور بالكامل أو يتذبذب، وفي الحالتين فالقضيب 4 سوف يتذبذب.

عند دوران القضيب بالكامل لا يوجد خوف من غلق (قفل) الآلية، ولكن عند تذبذب القضيب 2 فيجب أخذ الحيطة في تصميم القضبان حتى لا تغلق عند النهايات الميتة. هذه النقاط الميتة تحدث عندما يكون خط تأثير القوة القائدة في اتجاه القضيب 4، وهذه الحالة موضحة في الشكل (1-8).

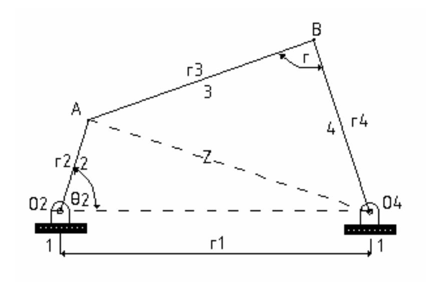



**شكل (1-8)**

إذا صممت هذه الآلية لكي يدور القضيب 2 كلياً بينما القضيب 4 يتذبذب، وهو القائدة فالنقاط الميتة ستحدث ومن الضروري توفير حذافات للتغلب على هذه المشكلة.

بالإضافة إلى احتمالية وجود النقاط الميتة، يجب أخذ زاوية النقل في الاعتبار transmission angle وهي الزاوية بين ذارع التوصيل وقضيب الخرج 4 out linkage.

هذه الزاوية موضحة في الشكل (1-9) وهي الزاوية γ يمكن اشتقاق معادلة الزاوية γ على النحو التالي :




**شكل (1-9)**

للمثلثين $AO_2O_4$ ، $ABO_4$

$$Z^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2\ r_1 r_2 \cos\theta_2$$

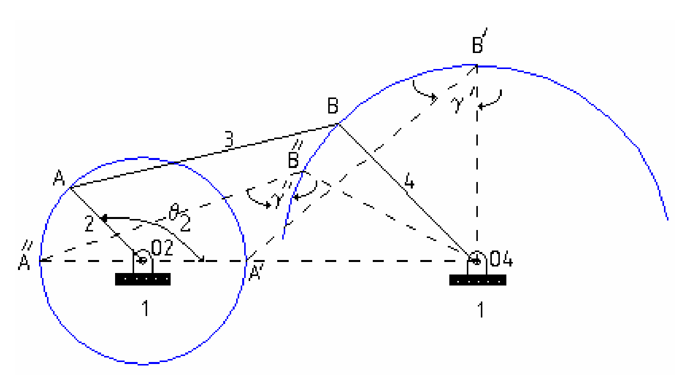
وكذلك:

$$Z^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2\ r_3 r_4 \cos\gamma$$

وبالتالي :

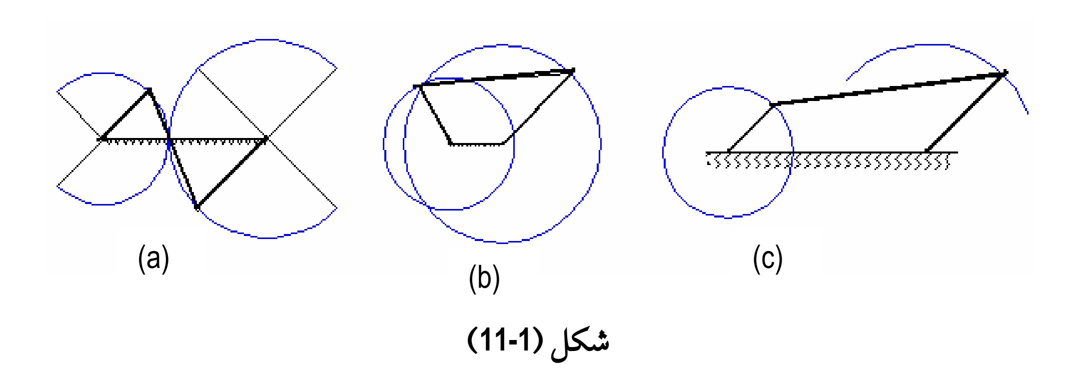
$$r_1^2 + r_2^2 - 2\, r_1 r_2 \cos\theta_2 = r_3^2 + r_4^2 - 2\, r_3 r_4 \cos\gamma$$
$$\therefore \cos\gamma = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2\, r_1 r_2 \cos\theta_2}{-2\, r_3 r_4}$$

زاوية النقل لا يجب أن تزيد عن°140 كما أنها لا تقل عن °40 عند الرغبة في نقل قوى عالية. عندما تقل γ عن °40 فإن القضبان تميل للانحناء بسبب الاحتكاك في الوصلات، وكذلك القضيبين 4، 3 يمكن أن يفضلاً ويكونان على نفس الخط ومن المهم دراسة هذه الزاوية عندما تصميم الآلية لتدور بالقرب من النقاط الميتة. ويوضح الشكل (1-10) أقل وأقصى قيمة لهذه الزاوية °40، °140، حيث أن القضيب 2 يدور بالكامل والقضيب 4 يتذبذب.




**شكل (1-10)**

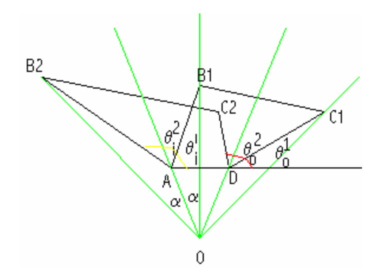
توجد ثلاثة أصناف واضحة للآلية رباعية القضبان، المرفق والذراع المتأرجح crank and rocker mechanism، شكل (a،11-1) حيث يدور المرفق دورة كاملة بينما يتأرجح الذراع الآخر، آلية ذراع السحب drag link mechanism، شكل (b،11-1) حيث يدور الذراعين بشكل كامل وفي نفس الاتجاه، وآلية الذراعين المهتزين double rocker mechanism ، شكل (-c،11) حيث يهتز كلا القضيبين.




**شكل (1-11)**

إن آلية المرفق والذراع المتأرجح تقوم بتحويل الحركة الدورانية إلى حركة ترددية، والمحدد الوحيد هو الزاوية التي يرغب المصمم في إعطائها لدوران الذراع المتأرجح.

في الشكل (1-12)، أفرض أن مكان النقطتين D،A معين، وكذلك طول المرفق AB والزوايا $\theta_i^1, \theta_i^2, \theta_0^1, \theta_0^2$ .



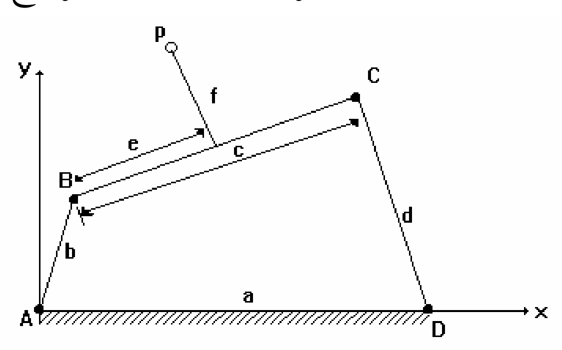

**شكل (1–12)**

والمطلوب هو تعيين طول القضيب DC وذراع التوصيل BC.

أفرض AO منصف الزاوية بين الموضعين المحددين للمرفق الدخل، DO منصف الزاوية بين موضعي المرفق الخرج.

وإذا كان الطول CD قد تم اختياره بحيث يتقاطع الخطان $DC_1$, $DC_2$ عند O (بحيث تساوي الزاوية بين المنصف للخطين $OC_1$, $OC_2$ للزاوية α) فإن المثلثين $OB_1C_1$ و $OB_2C_2$ سيكونان متطابقين ويتساوى الضلعان $B_1C_1$، $B_2C_2$ ؛ وتكون ABCD هي الآلية المطلوبة.

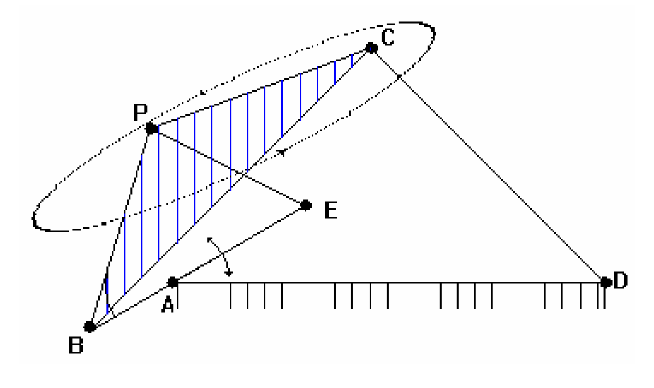
- استخدام الآلية رباعية القضيبين كمولد للمنحنيات: يمكن استخدام نقطة متصلة بذراع التوصيل في الآلية رباعية القضيبين كمولد للمنحنيات؛ كما موضح بالشكل (1-13).




**شكل (1-13)**

يوضح الشكل آلية رباعية القضيبين يقع ذراعها الثابت على محور x. معادلة موضع النقطة P، والمثبتة على ذراع التوصيل يمكن وصفها بدلالة y,x والأطوال الخمسة a,b,c,d,f والتي تصف الآلية؛ وهي معادلة عديدة الحدود من الدرجة السادسة. يمكن تصميم آلية لتحريك نقطة مثل P تماماً على مسار محدد سبقاً عندما تكون معادلة المسار محددة. وعادة ما يكتفي بمعادلة تصف هذا المسار تقريبياً.

ويوضح الشكل (1-14) نموذجاً الآلية تستخدم للحصول على مسار للنقطة P.




**شكل (1-14)**

### 2-4-1 آلية المرفق - المنزلق Slider- crank mechanism

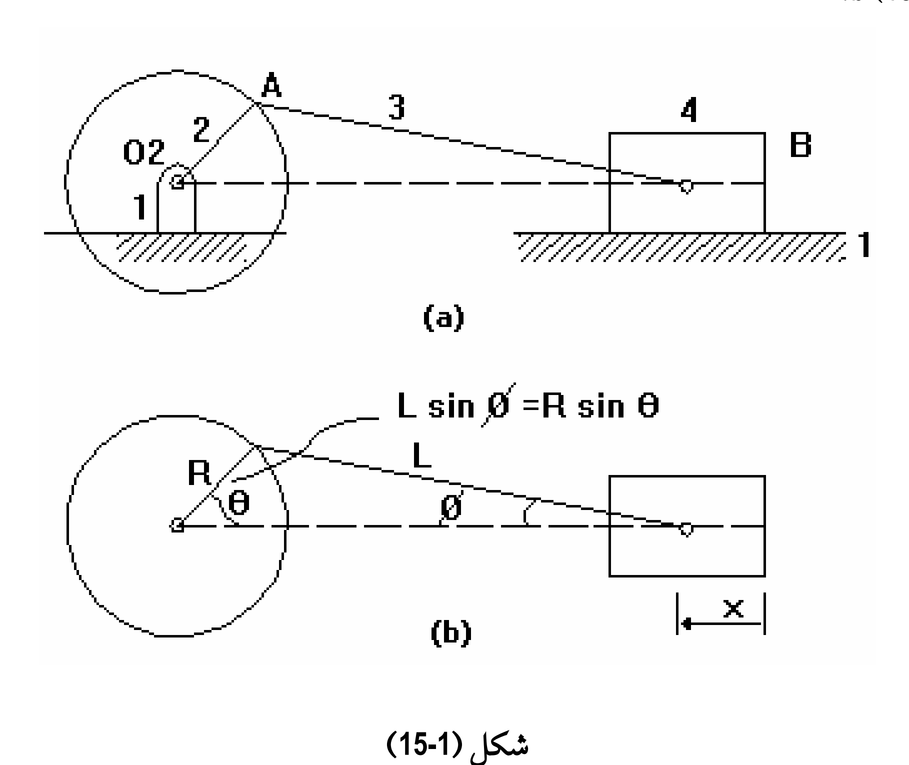
تستخدم هذه الآلية بكثرة، ومن أهم التطبيقات التي تستخدم بها محركات الاحتراق الداخلي.

يوضح الشكل (a،15-1) نموذجاً لهذه الآلية، القضيب 1 هو الهيكل (ثابت)، القضيب 2 المرفق، 3 ذراع التوصيل، و 4 هو المنزلق.

في محركات الاحتراق الداخلي القضيب 4 هو المكبس.

يمكن ملاحظة وجود نقطتين ميتتين في الآلية، واحدة عند كل نهاية للمكبس؛ ومن المهم للتغلب على هذه النقاط إضافة حذافات.

في اغلب الأحيان، من المهم حساب الإزاحة والسرعة والعجلة للمنزلق من الشكل (15-1) b:




**شكل (15-1)**

$$x = R + L - R\cos\theta - L\cos\phi$$
$$= R(1-\cos\theta) + L(1-\cos\phi)$$
$$= R(1-\cos\theta) + L\left[1 - \sqrt{1-\left(R/L\right)^2 \sin^2\theta}\right]$$
$$\because \left(1 \pm B^2\right)^{1/2} = 1 \pm \frac{1}{2}B^2 - \frac{B^4}{2\cdot 4} \pm \frac{1\cdot 3\,B^6}{2\cdot 4\cdot 6} - \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot B^6}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8} \pm \cdots$$

حيث:

$$B = \left(R/L\right)\sin\theta$$

من الكافي استخدام الحدين الأولين من المعادلة

$$1 - \sqrt{1-\left(R/L\right)^2 \sin^2\theta} = 1 - \left(R/L\right)^2 \sin^2\theta$$

(تقريباً)

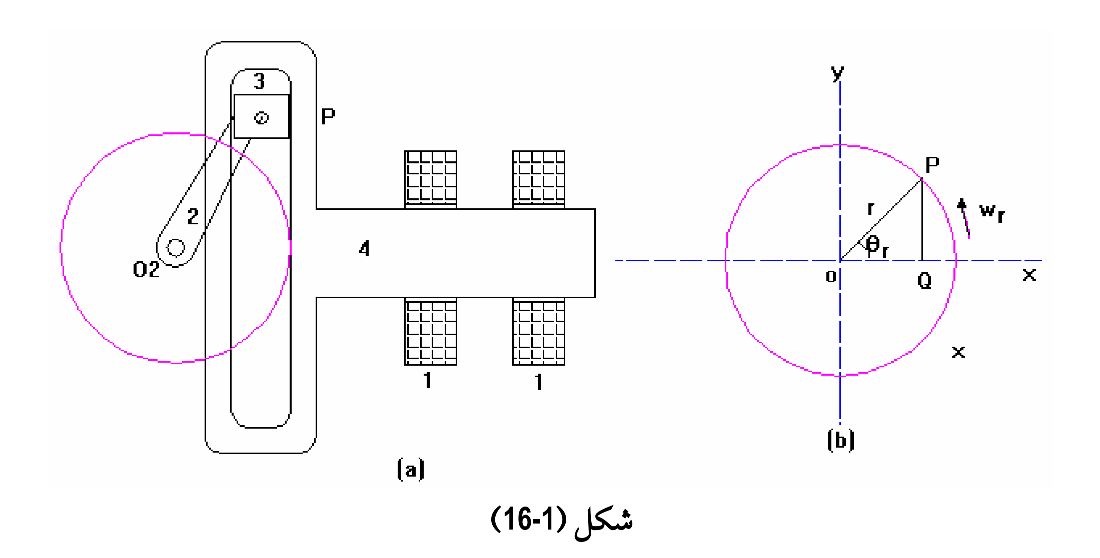
$$x = R(1-\cos\theta) + \frac{R^2}{2L}\sin^2\theta$$

حيث $\theta=\omega t$ (ثابت = $\omega$).

$$v = \frac{dx}{dt} = R\omega\left[\sin\theta + \frac{R}{2L}\sin 2\theta\right]$$
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = R\omega^2\left[\cos\theta + \frac{R}{L}\cos 2\theta\right]$$

### 3-4-1 آلية scotch yoke

تعطي هذه الآلية حركة توافقية بسيطة أحد استخداماتها كمولد لإشارات جا-جتا لعناصر الحاسوب ويوضح الشكل (1-16) a نموذجاً لهذه الآلية؛ بينما يوضح الشكل (1-16)b طريقة توليد الحركة التوافقية البسيطة نصف القطر r يدور بسرعة ثابتة ωr، وإسقاط النقطة P على المحور x عبارة عن نقطة تتحرك حركة توافقية بسيطة.




شكل (16-1)

الإزاحة، من أقصى نقطة يتم إسقاطها في الجانب الأيمن، تزداد إلى اليسار وفق المعادلة:

$$x = r - r\cos\theta_r$$

**حيث** $\theta_r = \omega_r t$

وبالتالي:

$$x = r - (1 - \cos\omega_r t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = r\omega_r \sin\omega_r t$$

$$= r\omega_r \sin\theta_r$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = r\omega_r^2 \cos\omega_r t$$

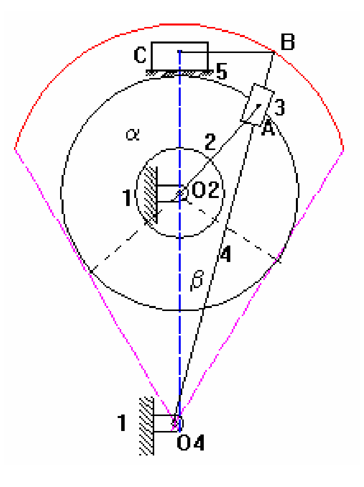
$$= r\omega_r^2 \cos\theta_r$$

### 1-4-4 آلية الرجوع السريع Quick-Return mechanism

تستخدم هذه الآلية في آلات القطع لتعطي شوط قطع بطئ وشوط عودة سريع عند نفس السرعة الزاوية الثابتة للمرفق القائد، وهي دمج الآليات الرباعية البسيطة وآلية المرفق

والمنزلق. النسبة بين زاوية شوط القطع إلى زاوية شوط العودة هي رقم مهم جداً وتسمى النسبة الزمنية. يجب أن تكون هذه النسبة أكبر من واحد صحيح، وتكون أكبر ما يمكن.

على سبيل المثال، زاوية شوط القطع في آلية الرجوع الموضحة في الشكل (1-17) رمز لها بالرمز $\alpha$.




**شكل (1-17)**

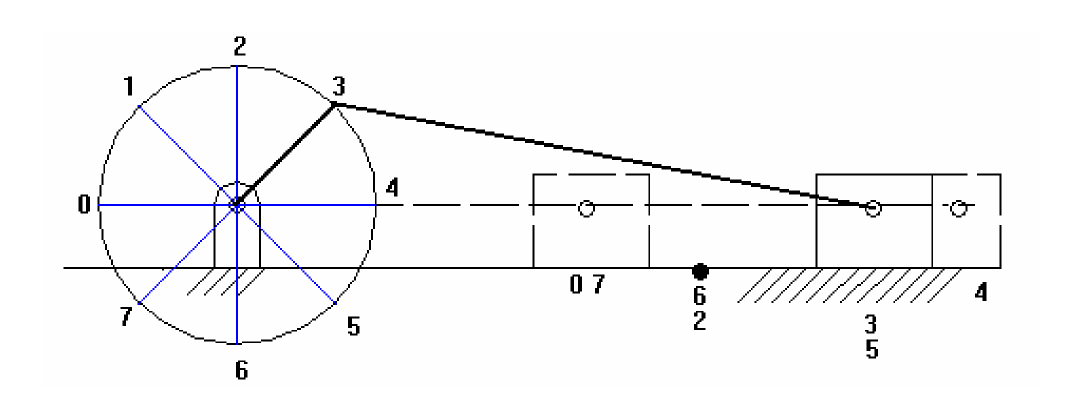
بينما زاوية الرجوع رُمز لها بالرمز $\beta$ وبالتالي عند سرعة زاوية ثابتة، فإن النسبة الزمنية تساوي $\beta/\alpha$ والتي هي في هذه الحالة أكبر من واحد.

## 5-1 رسم وتمثيل الإزاحة Displacement Drawing and diagram

من الضروري رسم الآلية في مواضعها المختلفة خلال دورانها لأجل حسابات الإزاحة والسرعة والعجلة لكل وصلة منها. وبالتالي من المهم اكتساب المهارة اللازمة لرسم الآليات و حساب مواضع النهايات limiting positions في الآليات التي تتذبذب.

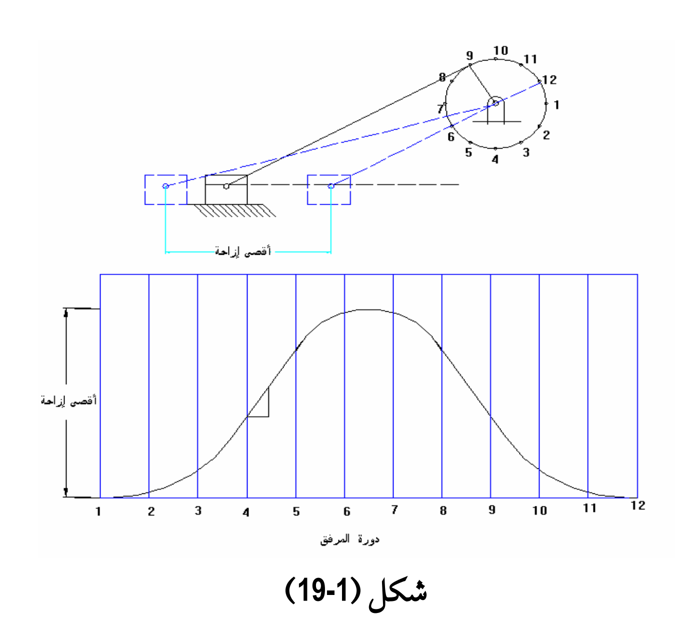
يوضح الشكل (1-18) آلية مرفق منزلق، وهي توضح الآلية كل 45°، وعادة ما يكون كافياً رسم موضع الآلية كل 30°، وفي حالة عدم تطابق المواضع مع النقاط الميتة تضاف هذه النقاط في الشكل.

إن مخطط الإزاحة هو مخطط زمني للإزاحة لنقطة ما أو وصلة في الآلية نسبة إلى قانون (أو المرفق) الزمن عادة يكون دورة كاملة و تمثل على محور السينات ، بينما تمثل الإزاحة على محور الصادات. و يوفر مخطط الإزاحة صورة جيدة عن حركة نقطة ما خلال دورة كاملة من عمود المرفق. وبالتالي ومن خلال نظرة سريعة يمكن معرفة أقصى وأقل سرعة أو عجلة لهذه النقطة.




شكل (1-18)

يوضح الشكل (1-19) مخطط الإزاحة لآلية المرفق – لمنزلق ، حيث وضعت الإزاحة اللحظية للمنزلق خلال دورة كاملة من دورات المرفق على محور الصادات. أعلى سرعة تقع بين النقطتين 3، 4 والنقطتين 9، 10 (حيث يوجد أقصى ميل منحنى )، و أقصى عجلة تقع بين 6، 7 والنقطتين 11، 1 ( أقل نصف قطر للمنحنى). إذا كانت سرعة الزاوية للمرفق معروفة، يمكن تحويل المقياس الأفقي إلى وحدة زمنية وبالتالي حساب القيمة التقريبية للسرعة اللحظية للمنزلق عند أي وضع عن طريق حساب ميل المنحنى عند هذه النقطة.




**شكل (1-19)**

## 6-1 المراكز اللحظية Instantaneous centers (centros)

يمكن وصف حركة الآليات التي تدور حول مركز ثابت بسهولة. إلا أن الآليات التي تحتوى على (floating link) أو (ذراع التوصيل) كما مر في الآليات رباعية القضبان توجد طرق خاصة للتحليل مثل السرعة النسبية والمراكز اللحظية.

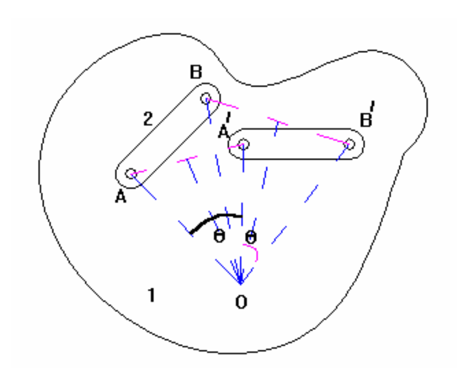
### 1-6-1 الحركة اللحظية Instantaneous motions

في الشكل (1-20) عند انتقال الوصلة 1 كما موضح، الخطوط $BB', AA'$ تعطي إزاحة نهايتي الوصلة 2. إذا رسمنا خطاً عمودياً و منصف لكل حركة من حركتي النقطتين فإن هذين العمودين يتقاطعان عند النقطة 0.

من الواضح أن $OA' = OA$ و $OB = OB'$ و بالتالي فإن إزاحة الوصلة 2 هي حركة دورانية حول النقطة O.

وعند تخيل الوصلة 2 تقع في المثلث OAB فمن السهل تخيل دوران هذا المثلث حول النقطة O ليصبح في موضعه الجديد $OA'B'$ .

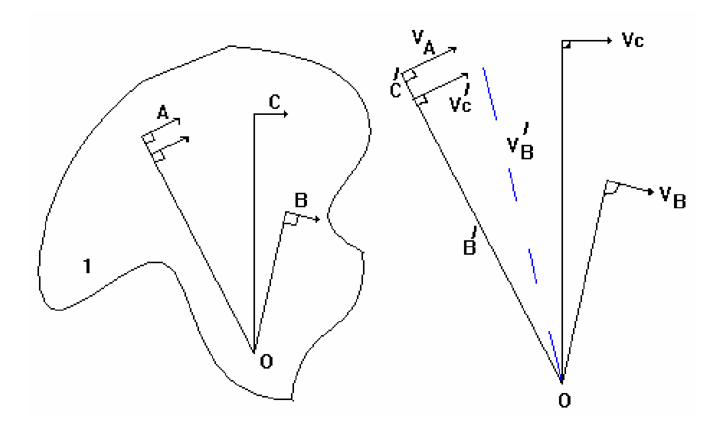
وبافتراض أن المسافة $BB', AA'$ تقترب من الصفر فإنه يمكن اعتبار النقطة O كمركز لحظي للحركة.




شكل (1-20)

### 1-6-2 تعريف المراكز اللحظية

يمكن تعريف المركز اللحظي بأنه نقطة على جسم ما يدور حولها جسم آخر. عندما يكون اتجاه نقطتين على سطح متحرك معروفاً فإنه يمكن تحديد المركز اللحظي لهذا السطح. في الشكل (1-21) ، إذا كانت النقطتان A، B و الواقعتان على الوصلة 2. لهما حركة نسبية بالنسبة للوصلة 1. في الاتجاه الموضح، فإن مركز دورانهما يجب أن يقع في مكان ما على امتداد خط عمودي على كل من هذه الاتجاهات. و بالتالي، تقاطع هذين الخطين عند ما يعطى المركز اللحظي للدوران ( عند الموضع الموضح ). عند تحديد المركز اللحظي للدوران فإن الاتجاه اللحظي نقطة يمكن حسابه ( للوصلة 2).




شكل (1-21)

بعد تحديد المركز اللحظي، الاتجاه اللحظي لأي نقطة أخرى على وصلة 2 يمكن تحديده. كما أنه عند معرفة قيمة السرعة اللحظية لأي نقطة يمكن تحديد السرعة لأي نقطة أخرى، ( لأن العلاقة بين السرعة والقطر هي علاقة خطية). على سبيل المثال إذا كانت سرعة A معروفة، فيمكن رسم المتجه VA بمقياس رسم مناسب ومن ثم رسم خط التناسب ليمر بنهاية المتجه $V_A$ و المركز اللحظي للدوران، كما موضح بالشكل (1-21)، و بإسقاط النقطتين B ، C لينطبقا على خط التناسب ، يمكن إيجاد قيمة السرعتين $V_B$ ، $V_C$ عن طريق قياس طولهما وحساب السرعتين و من ثم إعادة تدوير السرعتين إلى موضعهما الأصلي .

ولإثبات أن العلاقة بين السرعة والقطر هي علاقة خطية يمكن إتباع الخطوات التالية:
بما أن

$$d\theta = \frac{ds}{r}$$

أو

$$ds = r d\theta$$

وحيث أن :

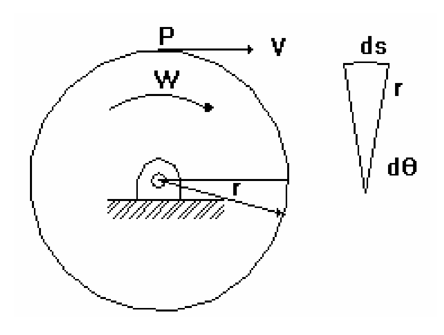
$$ds = v dt$$

$$d\theta = \omega\, dt$$

$$v\, dt = r\, \omega dt$$

أو

$$v = r\,\omega$$

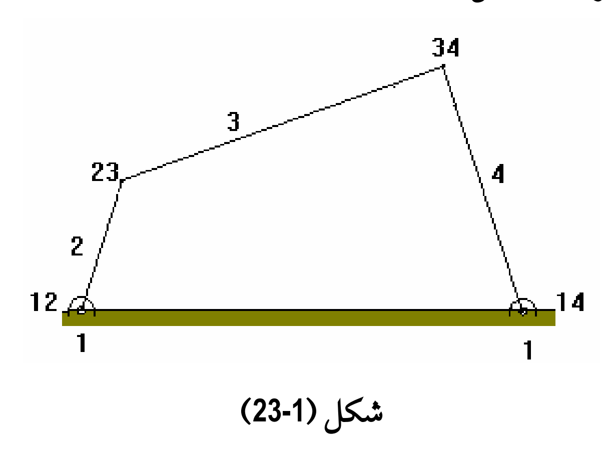



**الشكل (1-22)**

يوضح الشكل (1-22) مرفقاً يدور بسرعة زاوية ثابتة مقدراها $\omega$ .

### 3-6-1 ترميز المراكز اللحظية

المركز اللحظي لأي قضيبين يتحركان حركة نسبية بالنسبة لبعضهما يتم رمزه برقمي هذين القضيبين، فعلى سبيل المثال 1، 2 يتم كتابة المركز اللحظي لهما 21 (فتقرأ واحد اثنان وليس واحد و عشرون)؛ شكل (1-23).




شكل (1-23)

### أ) المراكز اللحظية المبدئية

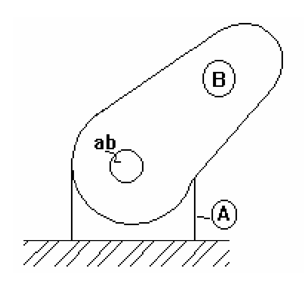
لأي آلية، وفي كل طور لها ، يوجد مركز لحظي لكل زوج من القضيبين .

المراكز المبدئية هي تلك المراكز التي يمكن تعيينها بمجرد النظر مثل 12 ،23، 34 في الشكل (1-23) أما المراكز 24، 13 فتوجد طريقة لتحديدهما سيتم شرحها لاحقاً .

### ب) تحديد المراكز اللحظية للوصلات المختلفة

- المركز اللحظي للوصلات المسمارية Centros of pin-jointed links

عندما يتصل قضيبان بواسطة وصلة مسمارية فمن الواضح أن المركز اللحظي لجميع الوضعيات لهذه الآلية ستكون عند المسار، شكل (241)

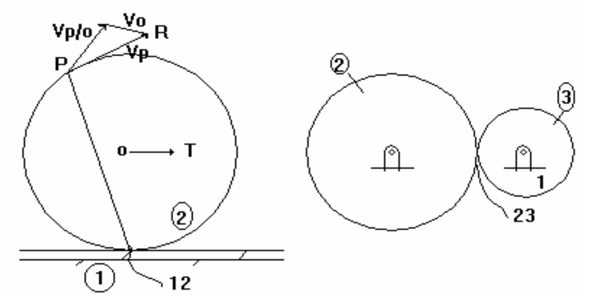



شكل (1-24)

- المركز اللحظي للوصلات المتدحرجة Centros of rolling links

المركز اللحظي لوصلتين في حالة تدحرج ( بدون انزلاق ) يكون عند نقطة تلامسهما .

كما موضح بالشكل (1-25) عند دوران العجلة 2 (بدون انزلاق) على السطح 1 فإن المركز اللحظي 21 هو نقطة تلامسهما .



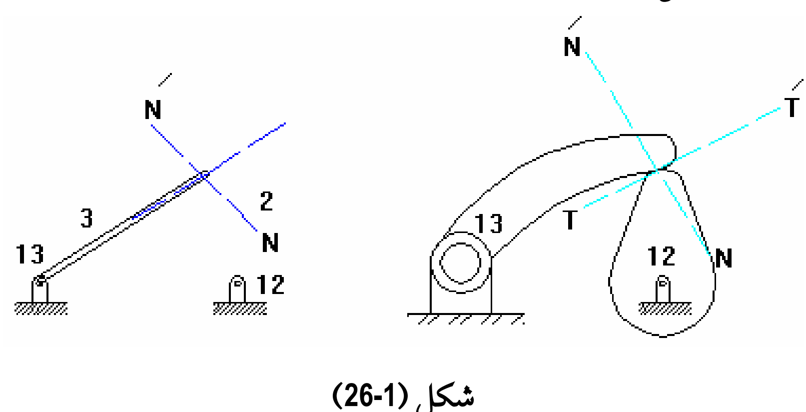

شكل (1-25)

إن هذه النقطة الوحيدة التي يمكن تحديدها على السطحين و سرعتها اللحظية تساوى صفراً ( بالنسبة للوصلتين ) إذا كانت النقطة P لها سرعة PR بالنسبة للوصلة 1، وكانت الوصلة 1 ثابتة، فإن PR هي السرعة المطلقة لـ P من الشكل. النقطة P لها سرعة نسبية PR بالنسبة للمركز O، و المركز O له سرعة قيمتها OT بالنسبة للوصلة 1؛ السرعة المطلقة $V_p$ تساوى حاصل جمع المتجهين $V_O$ و $V_{P/O}$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_O + \vec{V}_{P/O}$$

- المراكز اللحظية للوصلات المنزلقة Centros of Soliding links

المركز اللحظي لوصلتين تنزلقان على بعضهما سيقع في مكان ما على الامتداد العمودي المشترك لهما؛ شكل (1-26).




**شكل (1-26)**

الشكل (1-26) يوضح أن المركز اللحظي للمنزلق يقع عند ∞، وبالتالي كل نقطة على المنزلق لها نفس السرعة (قيمة واتجاهاً) والخطوط العمودية على المتجهات موازية لبعضها. وبالتالي المركز اللحظي 12 يمكن افتراضه على أي خط موازي للعمودي المشترك.

وفي الحالات d,c,b في حالة كون سطحين منحنيين أو سطح والآخر مستوى فستكون هناك نقطة واحدة فقط للاتصال. وسيكون المركز اللحظي في مكان ما على العمودي المار بهذه النقطة.

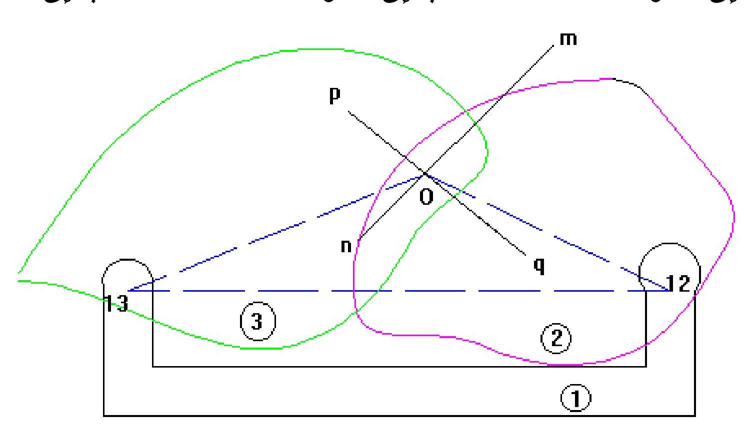
في الشكل (c) الوصلة 2 هي القائدة والوصلة (3) المنقادة، النقطتان k,J هي نقطة الاتصال واللتان تقعان على الوصلتين. سرعة النقطة J هي VJ وعمودية على الخط 12-J، والنقطة k هي $V_k$ وعمودية على الخط 13-k. مركبة هاتين السرعتين على العمودي يجب أن تكون متساويتين و إلاً ستنفصل الوصلتان أو تنسحقان نتيجة القوة. وبالتالي الحركة النسبية الوحيدة هي في الاتجاه المماس، وقيمة هذه السرعة تمثل بالفرق بين المتجهين $t_k, t_J$، يمكن الحصول على هذه الحركة النسبية بواسطة الدوران حول مركز لحظي على امتداد العمودي NN.

### 4-6-1 نظرية كيندي Kennedy's Theorem

تنص هذه النظرية على أنه «لأي ثلاثة أجسام (وصلات) لها حركة مستوية نسبة إلى بعضها لها ثلاثة مراكز لحظية وتقع على خط مستقيم واحد».

أفرض الوصلات 1، 2، 3 الموضحة بالشكل (1-27) لها حركة نسبية مع بعضها. المراكز الثلاثة هي:

1 نسبة إلى 2 أو 21 ، 1 نسبة إلى 3 أو 31 ، 2 نسبة إلى 3 أو 32




**شكل (1-27)**

المراكز اللحظية 21 ، 31 يمكن تعيينها مباشرة وبشكل واضح. عند تحديد المركز اللحظي 32 يجب الأخذ في الاعتبار أن هذا المركز هو نقطة مشتركة بين 2 ، 3 ويجب أن يكون له نفس السرعة اللحظية للوصلتين. أفرض أن المركز يقع عند النقطة O. عند افتراض O نقطة على الوصلة 2 فإن لها نصف قطر O-12 وتتحرك على قوس حول 12 في اتجاه لحظي mn. وعند افتراض O نقطة على 3، فإن لها نصف قطر O-13 وتتحرك على امتداد قوس حول 13 في اتجاه لحظي pq. بما أن mn و pq مختلفان، فلا يمكن أن تكون النقطة O مركزاً لحظياً 32.

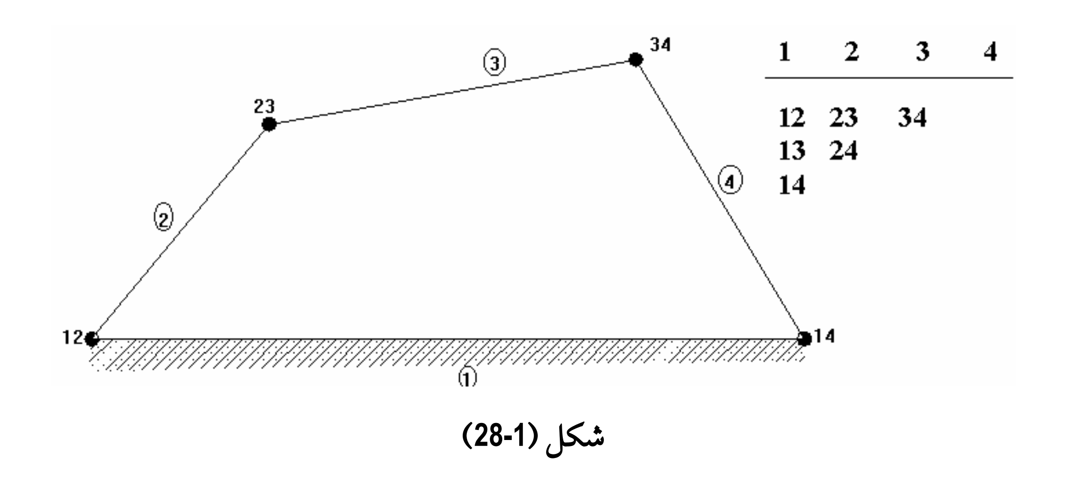
للنقطة التي يجب أن يكون لها نفس السرعة (قيمة واتجاها) لكلا الوصلتين 2، 3 يجب أن تقع في مكان ما على امتداد المركزين 12-13 وبالتالي جميع المراكز الثلاثة يجب أن تقع على نفس الخط المستقيم.

ويمكن حساب عدد المراكز اللحظية لـ N من الوصلات بالعلاقة:

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

ويتم إعداد جدول بالمراكز اللحظية، وهي طريقة لإدراج جميع المراكز اللحظية لآلية وكذلك لإيضاح تلك المراكز التي تم وضعها.

ويوضح الشكل (1-28) جميع أرقام الوصلات الموجودة بالآلية. الصف الأول يظهر جميع المراكز التي تحتوي أرقاما موجودة بالصف الأعلى مع الرقم الذي على يمينها والصف الموالي يحتوي الرقم العلوي إضافة إلى الرقم الأيمن الموالي للمستخدم سابقاً، وهكذا. ويتم شطب المراكز الأولية (مثل 12، 23 ...)، وبالتالي يتضح أن المركزين 13، 24 لم يتم تحديد هما حتى الآن. وسيتم إيضاح كيفية تحديد هذين المركزين من المثال الموالي:



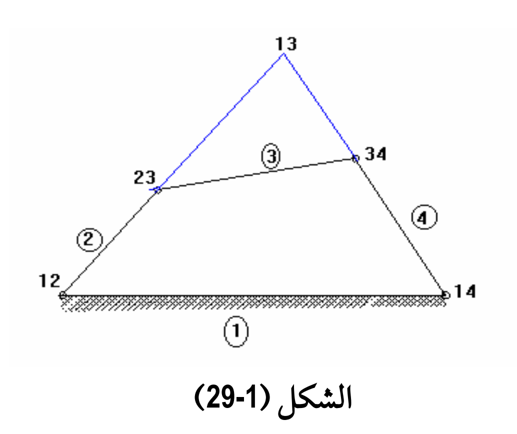

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 12 | 23 | 34 | |
| 13 | 24 | | |
| 14 | | | |

شكل (1-28)

## مثال 1-1

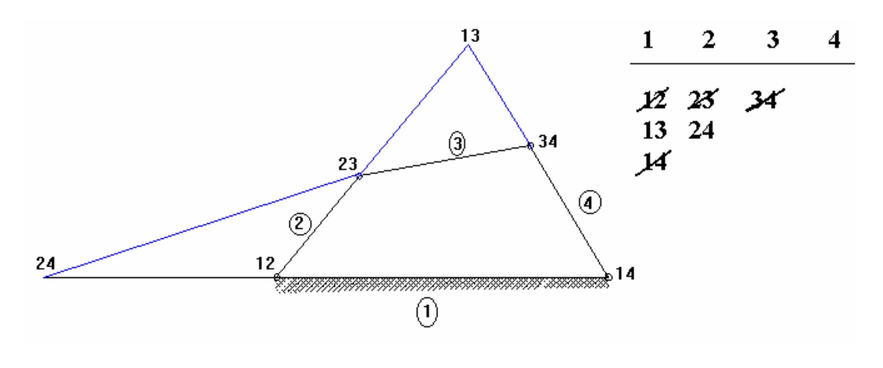
أوجد المراكز اللحظية 13، 24 للآلية الموضحة بالشكل (1-28) باستخدام طريقة جداول المراكز.

**الحل:**




**الشكل (1-29)**

يوضح الشكل (1-29) الآلية، وإذا تم التفكير في الوصلة 13 كمجموعة تضم وصلة أخرى فيمكن إيجاد المركز 13.




**الشكل (1-30)**

بافتراض أن المجموعة الأولى تضم الوصلات 1، 2، 3 يمكن ترتيب الجدول كما موضح بالشكل، وبما أن المركزين 23، 21 موجودين أصلاً وعن طريق رسم خط على امتدادهما يتم إيجاد الخط الأول الذي سيقع عليه المركز 31. بافتراض المجموعة الثانية 4، 3، 1 وباستخدام نفس الخطوات السابقة يتم إيجاد تقاطع الخطين والذي يمثل المركز 31.

بتكرار الخطوات السابقة يمكن إيجاد المركز 24.

### 5-6-1 مخطط المراكز اللحظية

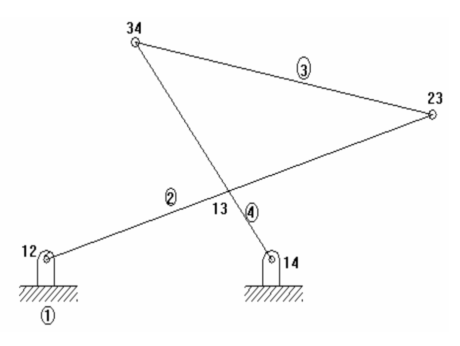
هذا المخطط طريقة عملية لمتابعة أي المراكز اللحظية تم إيجاده وأيها لم يوجد بعد. يُنشأ هذا المخطط برسم دائرة صغيرة (1-2 بوصة) ويُقسم محيط هذه الدائرة إلى أقسام متساوية تساوي في عددها لعدد وصلات الآلية، وترقم هذه الأقسام بحسب أرقام الآلية.

توصل النقاط التي تمثل مراكز لحظية موجودة بخطوط مستقيمة متصلة.

ويتم التفكير في خطوط تصل هذه المراكز وتمثل أضلاعاً من مثلث وهي المراكز غير المحددة، وترسم بخطوط متقطعة. وسيتم إيضاح هذه الطريقة من خلال الأمثلة التالية.

### مثال 1-2

للآلية الموضحة في الشكل (1-31) a أوجد المركزين 13، 24 استخدم طريقة مخطط المراكز اللحظية.




**الشكل (1-31)**

**الحل:**

- **لإيجاد المركز 31:**

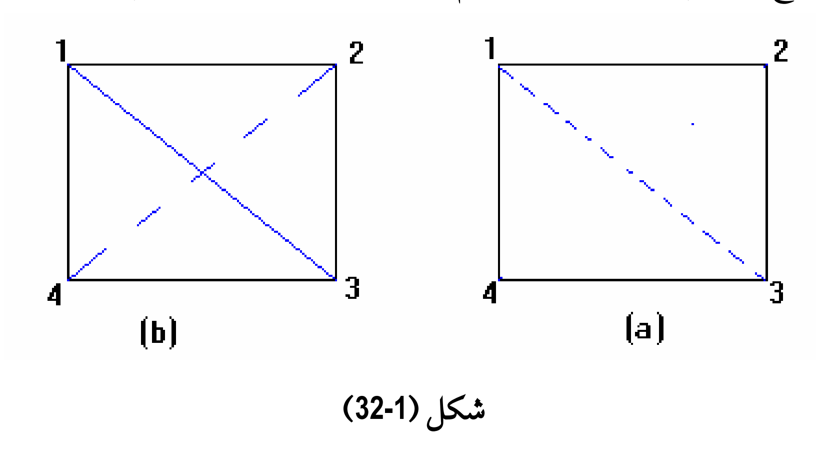
يوضح الخط المتقطع في الشكل (1-32) a المركز 31 والذي هو ضلع في مثلث والضلعين الآخرين 12، 23 واللذان هما محددان وبالتالي المراكز الثلاثة 12، 23، 13 لابد أن تقع على نفس الخط المستقيم. وبتقاطعهما ينتج المركز 31.

- **لإيجاد المركز 42:**

الخط المتقطع 42 في الشكل (1-32) b هو جزء من المثلث الذي ضلعيه الآخرين 12، 42 أو 32 و 43 وعن طريق رسم امتداد هذين المركزين يمكن إيجاد المركز 24.

كما إن هذا الخط هو ضلع في مثلث ضلعيه الآخرين هما 14، 34 وبالتالي فالمراكز الثلاثة 31، 41، 34 تقع على نفس الامتداد.

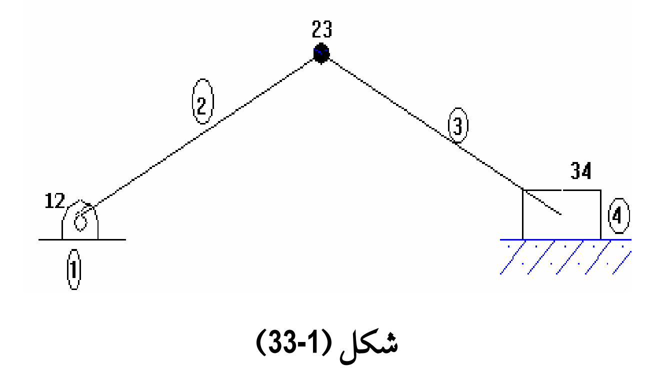
بتقاطع امتدادي الخطين السابقين يتم الحصول على المركز 31؛ والذي يمثل تقاطعهما.




**شكل (1-32)**

## مثال 1-3

لآلية المرفق – المنزلق والموضحة في الشكل (1-33) a أوجد المركزين 31، 24.

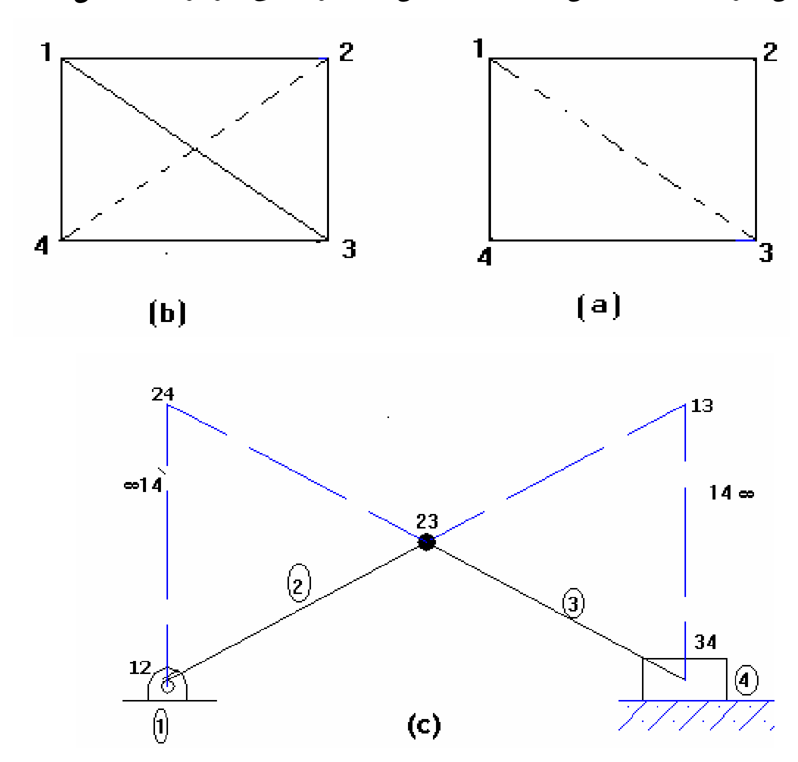



**شكل (1-33)**

**الحل:**

- **لإيجاد المركز 13:**

يمكن استخدام 13 ضمن مثلث، المثلث الأول أضلاعه 12، 23 والمثلث الثاني أضلاعه 14، 34، وعن طريق امتداد هذين الضلعين يمكن الحصول على المركز 13. شكل (1-34) c,a.




**شكل (1-34)**

يمكن ملاحظة أن المركز 14 يقع في مالانهاية وبالتالي يمكن رسم خط رأسي عند أي نقطة والمركز 14 يقع على هذا الخط.

- **لإيجاد المركز 24:**

يمكن استخدام الضلع 24 مثلثين أولهما ضلعاه الآخرين 32، 43 والثاني ضلعاه 21، 41 عن طريق هذه الأضلاع يمكن الحصول على المركز 24.

**ملاحظة:**

- **مركز السرعة الصفرية Zero velocity**

من المهم الإشارة لما أن لآي مركز لحظي يحتوي على رقم الإطار يضمن رقمه فإن سرعته تساوي صفراً بالنسبة للإطار في ذلك المخضع. والإثبات ذلك، وحيث أن هذه النقطة تقع على الإطار والوصلة في نفس الوقت، وحيث أن الإطار ثابت فبالتالي فإن السرعة تساوي صفراً.

# الفصل الثاني

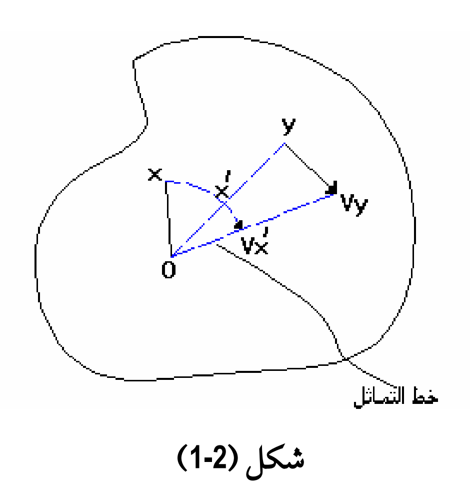
## 2

## حساب السرعات في الآليات

توجد عدة طرق لإيجاد السرعات في الآليات، وسيتم تناول طريقتين لتوضيح وهما طريقة المراكز اللحظية، وطريقة السرعة النسبية.

### 1-2 مدخل

في الشكل (2-1)، الجسم A يدور حول النقطة O، فإذا كانت السرعة $V_y$ معلومة، فيمكن إنشاء المثلث الموضح والذي يمثل ضلعه الأول السرعة $V_y$ ، الثاني عمودي عليه ويمر بالنقطة O والثالث يمر بالنقطتين O ورأس المثلث $V_y$ ، ويسمى خط التماثل.




شكل (2-1)

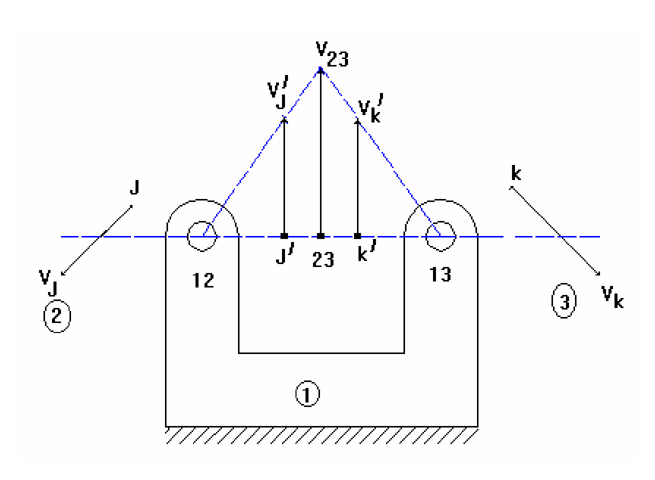
النقطة x تدار حول O حتى الخط oy ويتم إنشاء الخط الذي يمثل السرعة $V'_x$ والذي يعطي قيمة $V_x$.

## 2-2 طريقة المراكز اللحظية

تقوم هذه الطريقة على الحقائق التالية:

- المركز المشترك بين وصلتين هو نقطة تقع على الوصلتين ولها نفس السرعة على الوصلتين.
- السرعة اللحظية لنقطة على جسم دوار تتناسب مع القطر.

يوضح الشكل (2-2) آلية ذات 3 وصلات.




**شكل (2-2)**

عند معرفة سرعة النقطة J يمكن تحديد سرعة أي نقطة على الوصلة 2 بإنشاء خط التماثل.

المركز 32 تقع على الوصلة 2 ويمكن تحديد سرعته كما موضح بالشكل، وبالتالي يمكن تحديد سرعة النقطة k والتي يقع على الوصلة 3.

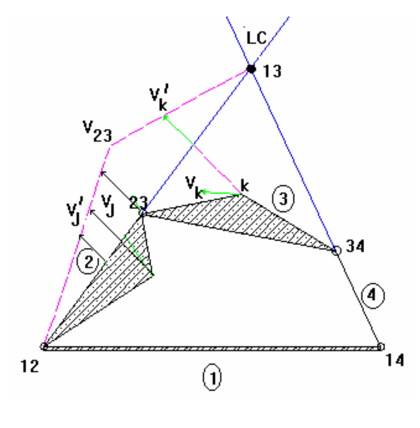
### لحساب السرعة بهذه الطريقة يتم إتباع الخطوات التالية:

- عين الوصلات التي سيتم الحساب بالنسبة لها: الوصلة المحتوية للسرعة المعلومة، الوصلة المحتوية للسرعة المطلوبة، والقاعدة.
- حدد خط المراكز عن طريق إنشاء جدول المراكز للوصلات الثلاثة وعلّم هذا الخط بالرمز LC.

- وضح المراكز ذات السرعات الصفرية وضع عليها دائرة (وهي المراكز التي تحتوي على رقم القاعدة ضمن أرقامها).
- أدر السرعة المعلومة لخط المراكز وذلك حول المركز للوصلة الموجودة عليها هذه النقطة.
- ارسم خط التناسب للوصلة المحتوية على السرعة المعلومة.
- احسب خط التناسب للنقطة للوصلة (المركز اللحظي) المشتركة.
- ارسم خط التناسب للوصلة المحتوية على النقطة المراد حساب سرعتها.
- احسب السرعة لهذه النقطة، ثم قم بإدارتها.

### مثال 2-1

احسب سرعة النقطة k للآلية الموضحة بالشكل (2-3) إذا كانت سرعة النقطة J معلومة.




**شكل (2-3)**

### الحل:

بإتباع الخطوات الموضحة سابقاً، يمكن حساب السرعة كما موضح بالشكل؛ مع ملاحظة الآتي:

- المركزين 12، 13 هما مراكز السرعة الصفرية، 23 هو المركز المشترك.

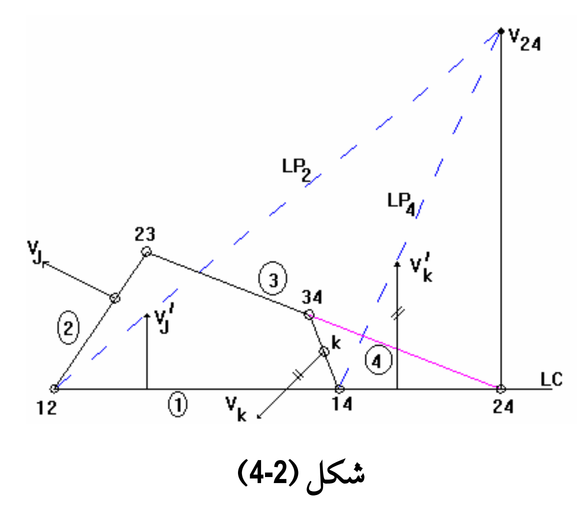
- خط المراكز LC هو امتداد المراكز 12، 23، 13 وتم إعطاؤه الرمز LC.

وبالتالي يمكن إيجاد سرعة النقطة k كالتالي:

- ابدأ بالسرعة $V_J$، قم بإدارة هذه السرعة حول المركز 12 أسقطها على الخط LC (عمودية على الخط LC ) للحصول على $V_J'$.
- مرر خط تناسب السرعات للوصلة 2 مبتدأ من الصفر عند المركز 12 ويمر برأس المتجه الذي يمثل السرعة $V_J'$.
- يمكنك الآن الحصول على سرعة النقطة 23 والتي يقع على الوصلتين 2، 3 في نفس الوقت. ارسم خطاً عمودياً على الخط LC من النقطة 23 ليكون نهاية المتجه في الخط LP2 (خط تناسب السرعات للوصلة 2).
- من المركز 13 مرّر خط تناسب السرعات للوصلة 3، حيث يمر هذا الخط بنهاية المتجه الذي يمثل سرعة النقطة 23.
- انقل موضع السرعة k على الخط LC وقم بإنشاء متجه السرعة $V_k'$ عمودياً على الخط LC.
- ارسم الآن متجه السرعة $V_k$ عمودياً هاى الخط الواصل بين النقطتين 13 و k.

## مثال 2-2

للشكل (2-4). إذا كانت سرعة النقطة J معلومة، احسب سرعة النقطة k.




**شكل (2-4)**

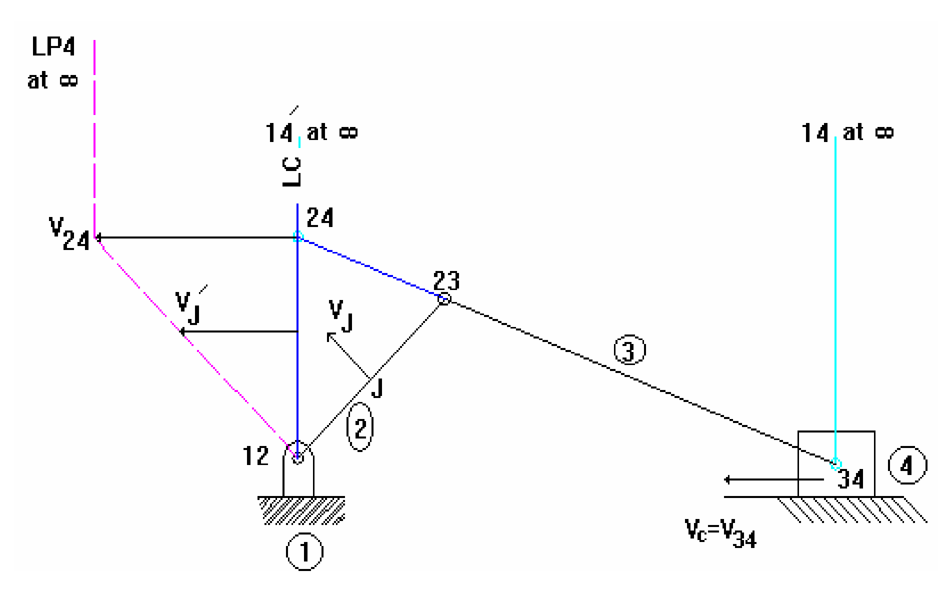
**الحل:**

بإتباع الخطوات الموضحة سابقاً يمكن حساب سرعة النقطة k.

### مثال 2-3

للشكل (2-5). إذا كانت سرعة النقطة J معلومة.

المطلوب، حساب سرعة النقطة C الواقعة على المنزلق.



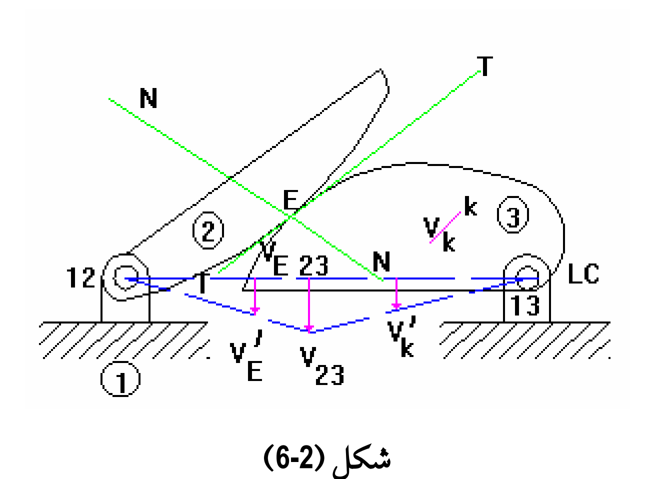

**شكل (2-5)**

**الحل:**

سرعة النقطة c تساوي سرعة المركز 34.

### مثال 2-4

سرعة النقطة E معلومة، والمطلوب إيجاد سرعة النقطة k.



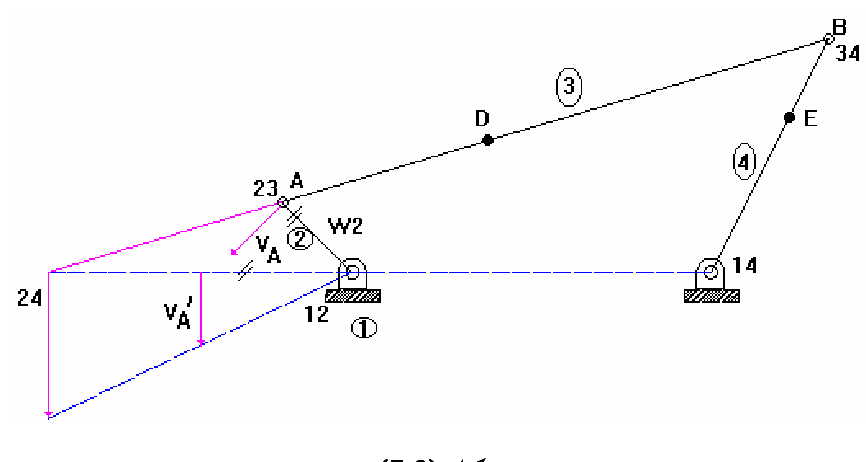

**شكل (2-6)**

**الحل:**

- أوجد خط تناسب السرعات للوصلة 2؛ ومنه أوجد سرعة النقطة 23.
- أوجد خط تناسب السرعات للوصلة 3؛ ومنه أوجد سرعة النقطة k.

## مثال 2-5

للشكل (2-7). إذا كانت $\omega_2$ معلومة (السرعة الزاوية للوصلة)، المطلوب هو سرعات النقاط E,D,B عند الموضع المحدد .



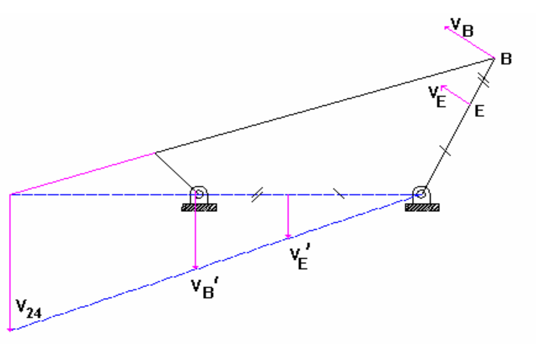

**شكل (2-7)**

**الحل:**

نوجد خط المراكز 12، 14، 24.

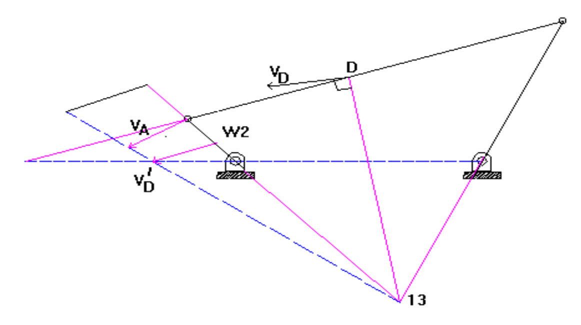
المركز 24 مشترك بين الوصلتين 2، 4.

بافتراض هذا المركز يقع على الوصلة 4، يتم إيجاد السرعة للنقطة A عن طريق العلاقة $V=\omega r$ وتمثل عمودياً على الوصلة 2، وبإسقاطها على خط المراكز وتوصيل خط التناسب يمكن إيجاد السرعة $V_{24}$، الشكل (2-8). يتم إسقاط النقطة B والنقطة E على الخط المراكز ورسم متجهي السرعة $V'_E$ , $V'_B$ (الشكل (2-8)).




**شكل (2-8)**

لإيجاد سرعة النقطة D والواقعة على الوصلة المعلومة $V_A$ تقع على الوصلة 2 والقاعدة 1؛ فيتم إنشاء خط جديد للمراكز 12، 13، 23. شكل (2–9).



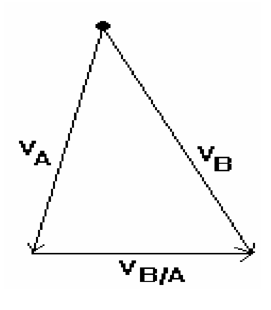

**شكل (2-9)**

وعن طريق إنشاء خط التناسب بمعلومية السرعة $V_A$، وبإسقاط النقطة D على خط المراكز ورسم المتجه $V'_D$ ليتقاطع مع خط التناسب، يمكن إيجاد السرعة $V'_D$ ؛ وإعادة إسقاطها على الوصلة 3.

## 3-2 طريقة السرعة النسبية The relative velocity method

تستخدم هذه الطريقة بشكل واسع في المسائل التي تتضمن السرعة المطلقة لنقاط في الآلية. عند دراسة التسارع، من المهم حساب السرع النسبية بين النقاط على الوصلات المختلفة. لهذه الأسباب تعتبر هذه الطريقة أهم الطرق المستخدمة.

يوضح الشكل (2-10) متجه السرعة $V_B$ والذي يمكن إيجاده من العلاقة :




**شكل (2-10)**

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}$$

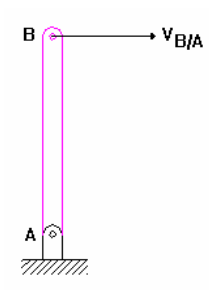
وبالتالي، ولإيجاد سرعة النقطة B، يجب أولاً معرفة السرعة A وكذلك السرعة النسبية $V_{B/A}$.

**فرضية :**

السرعة النسبية الوحيدة الممكنة بين نقطتين على وصلة جاسئة تكون في اتجاه عمودي على الخط الواصل بين هاتين النقطتين.

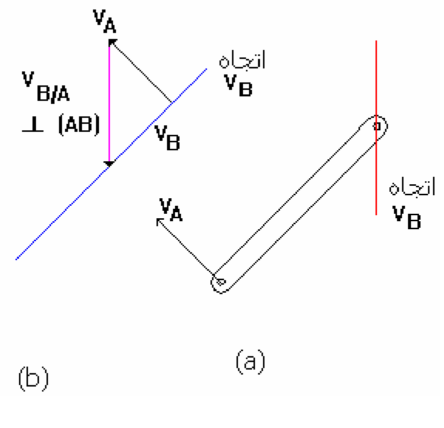
فمثلاً، عند وجود أي سرعة نسبية في اتجاه آخر بين نقطتين على وصلة جاسئة فيحدث إما انحناء أو تكسر أو تهشم لهذه الوصلة.

في الشكل (2-11) يتضح أن السرعة النسبية الوحيدة الممكنة للنقطة B نسبة إلى A ستكون عمودية على الخط الواصل بينهما؛ وتساوي في هذه الحالة السرعة المطلقة للنقطة B.




**شكل (2-11)**

بناء على هذه الفرضية سيتم إيضاح أنه بمعرفة سرعة ما على وصلة واتجاه السرعة لنقطة أخرى فإنه يمكن حساب سرعة هذه النقطة؛ كما موضح بالشكل (2-12)




**شكل (2-12)**

يوضح الشكل (2-12أ) وصلة ذات سرعة A معلومة قيمة واتجاها، وكذلك اتجاه السرعة B معلوم. ويمكن إيجاد مخطط السرعة على النحو التالي (كما بالشكل (2-12) ب):

- حدد موضع النقطة O، وتكون جميع المتجهات التي تنشأ من O هي لسرع مطلقة.
- ابدأ من النقطة O وارسم خطاً يمثل السرعة $V_A$.

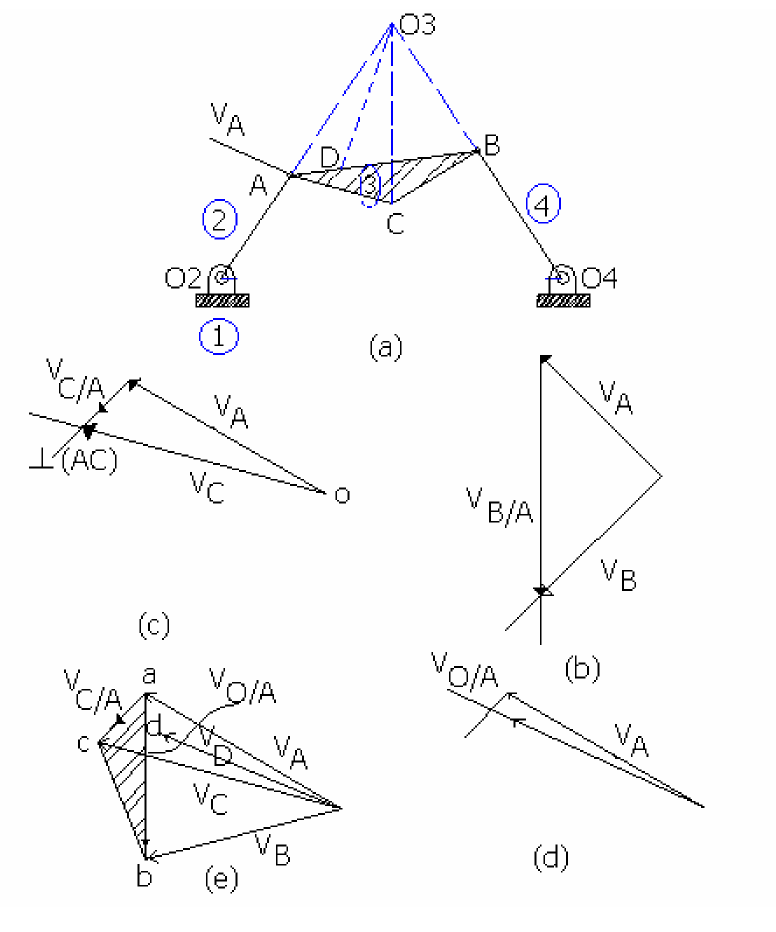
- ارسم خطاً يمثل اتجاه $V_B$ من O.
- ارسم خط اتجاه السرعة $V_{B/A}$ ($\perp AB$) ويمر برؤوس المثلثين $V_B$،$V_A$.
- يحدد الخط المنشأ قيم $V_{B/A}$، $V_B$ .

### مثال 2-6

إذا علمت قيمة واتجاه سرعة النقطة A، أوجد قيمة واتجاه سرعة النقاط D,C,B. شكل (2-13).

### الحل:

- **لإيجاد سرعة $V_B$.**
  - ارسم متجه سرعة $V_A$ المعطاة من النقطة O . (شكل (2-14) أ).
  - ارسم اتجاه السرعة $V_B$ ($\perp$ على الوصلة 4) بأي طول.
  - ارسم اتجاه السرعة $V_{B/A}$ ($\perp$ على AB) ويمر بنهاية المتجه $V_A$.
  - نقاط التقاطع تحدد سرعة $V_{B/A}$ , $V_B$.
- **لإيجاد سرعة $V_C$.**
  - ارسم متجه سرعة $V_A$؛ (شكل (2-14) ب).
  - ارسم اتجاه السرعة $V_C$ ($\perp O_3C$).
  - ارسم اتجاه السرعة $V_{C/A}$ ($\perp CA$).
  - نقاط التقاطع هي المحددة لقيمة $V_{C/A}$ , $V_C$.
- **لإيجاد سرعة $V_D$.**
  - ارسم السرعة $V_A$. (شكل (2-14) ج).
  - ارسم اتجاه السرعة D ($\perp O_3C$).
  - ارسم اتجاه السرعة $V_{D/A}$ ($\perp AD$).
  - نقاط التقاطع هي المحددة للسرعتين $V_{D/A}$ , $V_D$.




**شكل (2-14)**

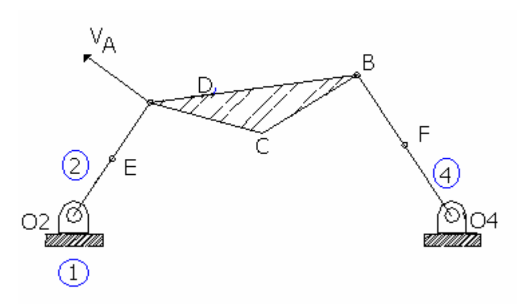
- **مفهوم صورة – السرعة Velocity - image concept**

من السهل نخيل أن المنطقة المظللة بالشكل (2-14)d تمثل أو تعطي صـورة عن الوصلة 3 (ABC). الحقيقة المثبتة على أن الصورة تكونت بواسطة رسم خطوط عمودية على أضلع الوصلة 3 تثبت أن الشكلين متماثلين.

في الشكل (2-14) د المتجه oa هو صورة السرعة للوصلة 2. المتجه cb هو صورة الوصلة 4، الأصل o هو متجه السرعة للقاعدة.

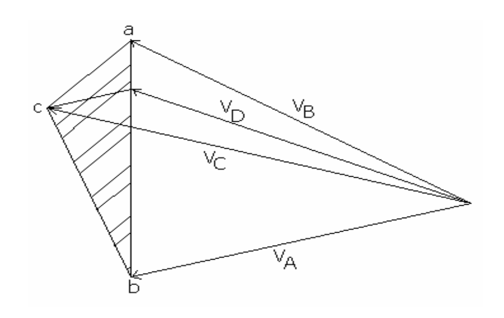
## مثال 7-2

في الشكل (2-15)a ، السرعة $V_A$ معلومة. أحسب سرعة النقاط F,E,D,C,B




**شكل (2-15)**

**الحل:**




**شكل (2-16)**

- $V_B$ يمكن إيجادها كما في المثال السابق (شكل 2-16).
- **لإيجاد السرعة $V_C$.**
  - ارسم خطاً عمودياً على CA (اتجاه السرعة $V_{C/A}$).
  - ارسم خط ⊥ على CB (اتجاه السرعة $V_{C/B}$).
  - تقاطع الخطين السابقتين هو النقطة C.
  - ارسم متجه السرعة $V_C$.

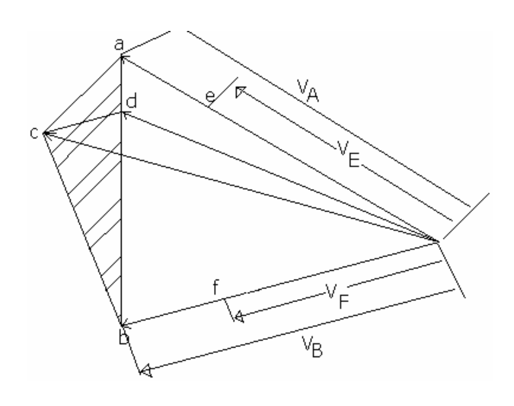
- **لإيجاد السرعة $V_D$.**

لا يمكن استخدام المتجهين $V_{D/B}= V_{D/A}$ لإيجاد سرعة $V_D$ لوقوع على نفس الوصلة.

- ارسم خطاً من نهاية المتجه $V_C$ في اتجاه السرعة $V_{D/C}$ ($\perp$ DC).
- ارسم خطاً من نهاية المتجه $V_A$ في اتجاه السرعة $V_{D/A}$ ($\perp$ DA).
- تقاطع الخطين السابقين يعطي السرعة $V_D$.

يمكن إيجاد $V_D$ كذلك من العلاقة التالية:

$$\frac{AD}{AB}=\frac{ad}{ab}$$



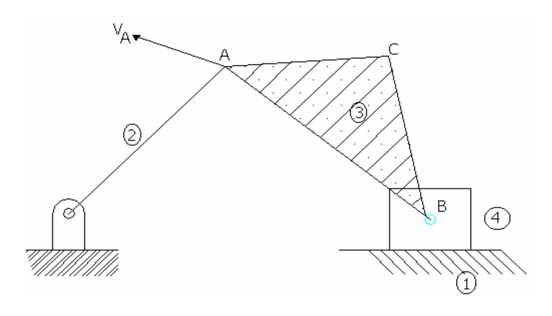

**شكل (2-17)**

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد السرعتين F,E

$$\frac{O_2E}{O_2A}=\frac{oe}{oa} \quad , \quad \frac{O_4F}{O_4B}=\frac{of}{ab}$$

## مثال 2-8

في الشكل (2-18) السرعة $V_A$ معلومة، والمطلوب هو تعيين سرعة كل من النقطتين C,B.

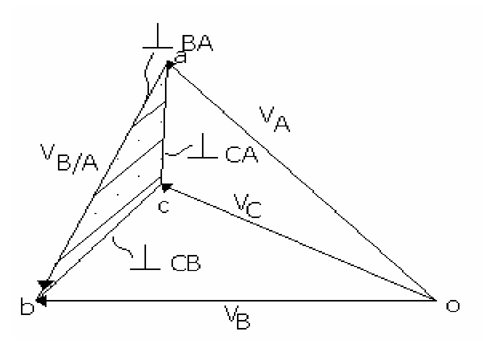



شكل (2-18)

## الحل:

يوضح الشكل (2-19) خطوات الحل.

- **لإيجاد $V_B$.**
  - ارسم المتجه $V_A$.
  - ارسم اتجاه السرعة $V_B$.
  - ارسم اتجاه السرعة $V_{B/A}$ . $\perp BA$
  - تقاطع النقطتين يعطي السرعة.
- **لإيجاد السرعة $V_C$.**
  - ارسم خط من نهاية المتجه $V_A$ في اتجاه $V_{C/A}$.
  - ارسم خط من نهاية المتجه $V_B$ في اتجاه $V_{C/B}$.
  - نقطة التقاطع المتجه $V_C$.




شكل (2-19)

## مثال 2-9

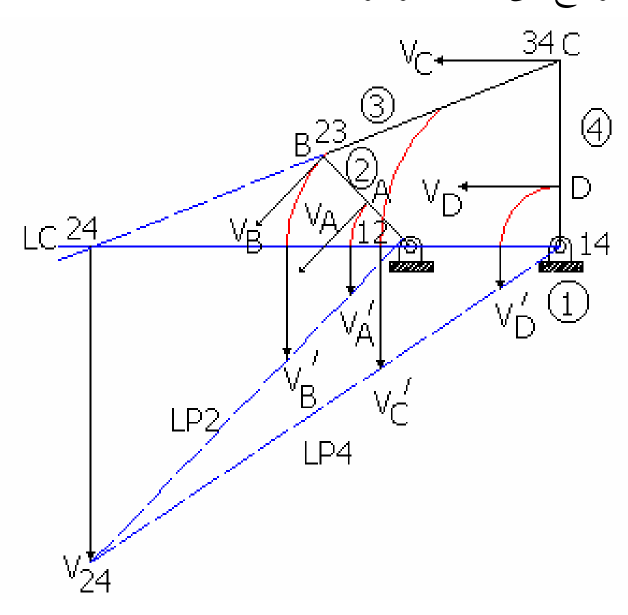
سرعة النقطة A في الشكل (2-20) 20م/ ث في اتجاه عقارب الساعة. أوجد سرع النقاط D,C,B باستخدام طريقتي المراكز اللحظية والسرعة النسبية.

**الحل:**

**(i) باستخدام طريقة المراكز اللحظية**

السرعة المعلومة تقع على الوصلة 2، المجهولة على الوصلة 4.

∴ خط المراكز يقع على امتداد المراكز 12، 24، 14




**شكل (2-20)**

من الشكل (2-20)

$$V_B = 40\ {}^{m}\!/_{s}$$

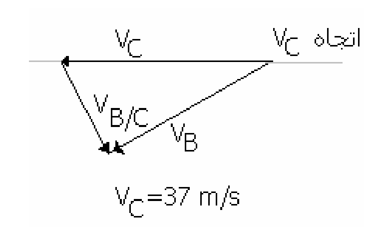
$$V_C = 35\ {}^{m}\!/_{s}$$

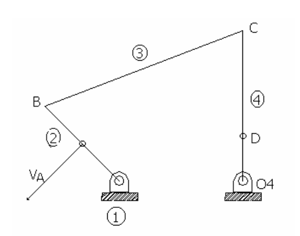
$$V_D = 20\ {}^{m}\!/_{s}$$

**(ii) باستخدام طريقة السرعة النسبية (شكل 2-21)**

$$\frac{CO_4}{DO_4} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\frac{35}{20} = \frac{37}{V_D} \quad \Rightarrow V_D = 21\ {}^{m}\!/_{s}$$



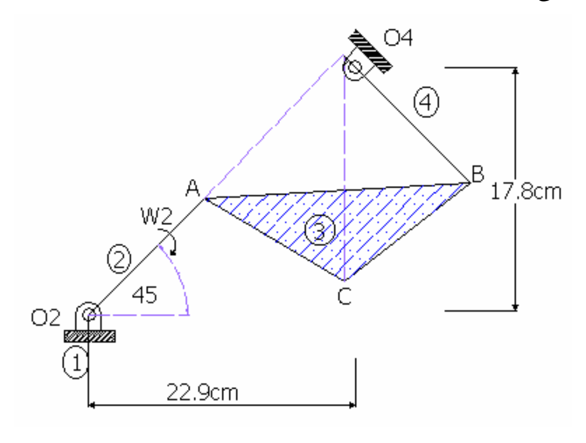

**شكل (2-21)**

## مثال 2-10

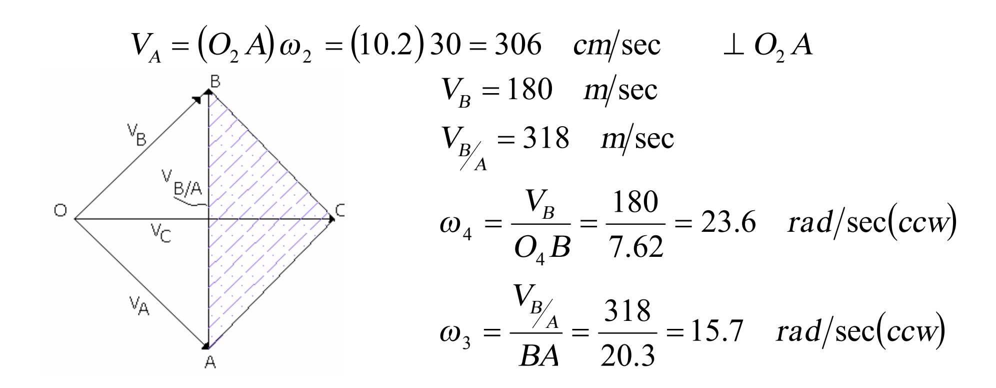
في الآلية رباعية القضبان بالشكل (2-22)، الوصلة 2 هي القائد ولها سرعة زاوية ثابتة مقدارها 30rad/sec. للموضع الموضح بالشكل، احسب سرعة النقطة B والسرعة الزاوية للوصلتين 3، 4. استخدام طريقة السرعة النسبية.

**الحل :**

$$O_2A = 10.2 \quad cm$$
$$AB = 20.3 \quad cm$$
$$O_4B = 7.62 \quad cm$$
$$AC = 10.2 \quad cm$$
$$BC = 15.2 \quad cm$$




**شكل (2-22)**




$$V_A = (O_2 A)\omega_2 = (10.2)\,30 = 306 \quad cm/\sec \qquad \perp O_2 A$$

$$V_B = 180 \quad m/\sec$$

$$V_{B/A} = 318 \quad m/\sec$$

$$\omega_4 = \frac{V_B}{O_4 B} = \frac{180}{7.62} = 23.6 \quad rad/\sec(ccw)$$

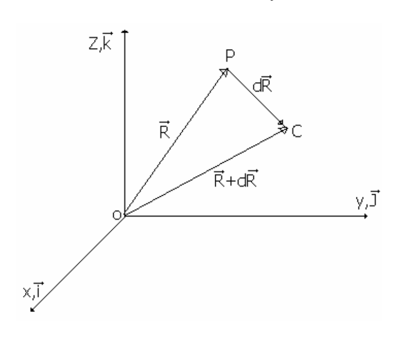
$$\omega_3 = \frac{V_{B/A}}{BA} = \frac{318}{20.3} = 15.7 \quad rad/\sec(ccw)$$

## 4-2 الطرق التحليلية لحساب السرعة

يمكن وصف موضح نقطة معينة باستخدام متجه $\vec{R}$ . يوضح (2-23) موضح النقطة P. النقطة P تتحرك على امتداد المنحنى o خلال المسافة $d\vec{R}$ في الفترة الزمنية dt. الموضع الجديد هو $\vec{R}+d\vec{R}$ . بافتراض الفترة الزمنية dt متناهية في الصغر، فإن السرعة اللحظية يمكن إيجادها من العلاقة :

$$\vec{\vartheta} = d\vec{R}/dt$$

$$\vec{\vartheta} = \dot{\vec{R}} = \vec{i}\ \dot{R}_x + \vec{j}\ \dot{R}_y + \vec{k}\ \dot{R}_z$$

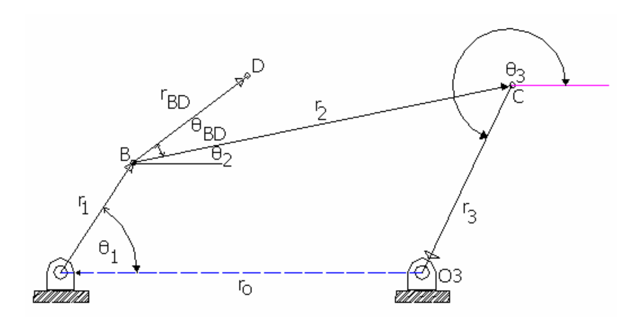



**شكل (2-23)**

وعند دوران جسم بسرعة زاوية مقدارها ω فإن:

$$\vec{\vartheta} = \vec{\omega} \times \vec{R}_z$$

بافتراض الآلية رباعية القضبان الموضحة بالشكل (24-2)




**شكل (24-2)**

$$\vec{r}_0 + \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$

بتفاضل المعادلة السابقة :

$$\dot{\vec{r}}_0 + \dot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{r}}_2 + \dot{\vec{r}}_3 = 0$$

ولكن القاعدة 0 $\dot{\vec{r}}_0 = 0$

وبالتالي:

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{R}_1 + \vec{\omega}_2 \times \vec{R}_2 + \vec{\omega}_3 \times \vec{R}_3 = 0$$

وفي هذه الآلية سيتم افتراض أن مركبات الحركة ستكون في المستويين x,y، وبالتالي فإن ω ستكون في اتجاه z.

أي أن:

$$\vec{\omega}_1 = \omega_1 \times \vec{k}$$
$$\vec{r}_1 = r_1 \times \vec{i} + r_{1y} \vec{j}$$

وبالتالي:

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ r_{1x} & r_{1y} & 0 \end{vmatrix} = -\omega_1 \; r_{1y} \times \vec{i} + \omega_1 \; r_{1x} \vec{j}$$

وبالتالي يمكن كتابة المعادلة الكلية على النحو التالي:

$$-\left(\omega_1 \ r_{1y} + \omega_2 \ r_{2y} + \omega_3 \ r_{3y}\right) \times \vec{i} + \left(\omega_1 \ r_{1x} + \omega_2 \ r_{2x} + \omega_3 \ r_{3x}\right)\vec{j} = 0$$

مركبات كل من i,j في المعادلتين السابقتين تساويان الصفر، أي:

$$\omega_1 \ r_{1y} + \omega_2 \ r_{2y} + \omega_3 \ r_{3y} = 0$$

$$\omega_1 \ r_{1x} + \omega_2 \ r_{2x} + \omega_3 \ r_{3x} = 0$$

توجد العديد من الطرق لحل المعادلتين. بافتراض $\omega_1$ معلومة وهناك رغبة في حساب باقي السرعات الزاوية، فإنه يمكن كتابة:

$$\begin{bmatrix} r_{2y} & r_{3y} \\ r_{2x} & r_{3x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = -\omega_1 \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{1x} \end{bmatrix}$$

$$\omega_2 = \frac{-\omega_1}{D} \begin{vmatrix} r_{1y} & r_{3y} \\ r_{1x} & r_{3x} \end{vmatrix}$$

حيث:

$$D = \begin{vmatrix} r_{2y} & r_{3y} \\ r_{2x} & r_{3x} \end{vmatrix}$$

$$\omega_3 = \frac{-\omega_1}{D} \begin{vmatrix} r_{2y} & r_{1y} \\ r_{2x} & r_{1x} \end{vmatrix}$$

وبالتالي:

$$\omega_2 = \frac{-\omega_1 \left(r_{1y} r_{3x} - r_{3y} \ r_{1x}\right)}{r_{2y} r_{3x} - r_{3y} \ r_{2x}}$$

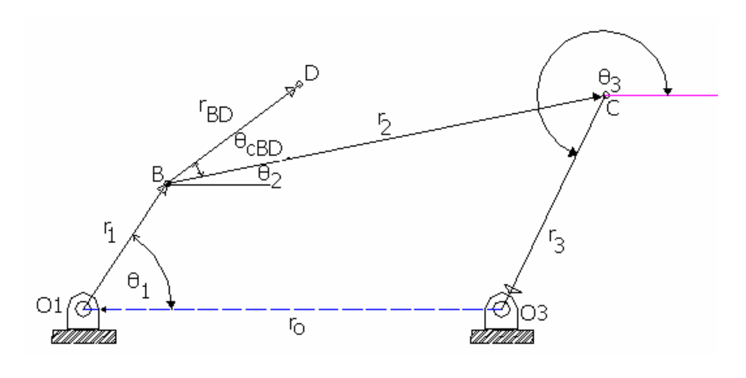
$$\omega_3 = \frac{-\omega_1 \left(r_{2y} r_{1x} - r_{1y} \ r_{2x}\right)}{r_{2y} r_{3x} - r_{3y} \ r_{2x}}$$

وحيث أن الوصلة 1 تدور حول نقطة ثابتة $O_1$، فإن سرعة أي نقطة موجودة على الوصلة 1 تعطي بالعلاقة $\vec{\omega} \times \vec{r}$، حيث $\vec{r}$ متجه مقاس من النقطة $O_1$ إلى النقطة المطلوب حساب سرعتها.

## مثال 2-11

للآلية الموضحة بالشكل (2-25)، أفرض:

$$\theta_1 = 45^o \quad , \quad \theta_{CBD} = 20^o (const)$$
$$r_o = 30\,mm, \quad r_1 = 10\,mm$$
$$r_2 = 35\,mm, \quad r_3 = 20\,mm$$
$$r_{BD} = 15\,mm$$




**شكل (2-25)**

أوجد: $\vartheta_C \quad , \quad \omega_3 \quad , \quad \omega_2$

**الحل:**

يمكن حساب قيمة $\theta_3 \quad , \quad \theta_2$

$$\theta_2 = 16.35^o \quad , \quad \theta_3 = 237.79^o$$

مركبات الإزاحة حسابها من العلاقات:

$$r_x = r\cos\theta\,, \quad r_y = r\sin\theta$$
$$r_{1x} = 7.0711 \quad , \quad r_{1y} = 7.0711$$
$$r_{2x} = 33.590 \quad , \quad r_{2y} = 9.835$$
$$r_{3x} = -10.660 \quad , \quad r_{3y} = -16.922$$

$$\omega_2 = \frac{-100(-7.0711\times 10.660 + 16.922\times 7.0711)}{-9.835\times 10.660 + 16.992\times 33.590}$$
$$= -9.567\ \text{rad}/\text{s} \quad (9.567\ \text{rad}/\text{s}\ \text{cw})$$
$$\omega_3 = \frac{-100(9.835\times 7.0711 + 7.0711\times 33.590)}{-9.835\times 10.660 + 16.992\times 33.590}$$
$$= 36.208\ \text{rad}/\text{s} \quad \text{ccw}$$

$$\vartheta_c = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 100 \\ 7.0711 & 7.0711 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -9.567 \\ 33.590 & 9.835 & 0 \end{vmatrix}$$
$$\vec{\vartheta}_c = -612.83\vec{i} + 385.80\vec{J} = 724.16\ mm/s \quad \angle 147.8^o$$

# الفصل الثالث

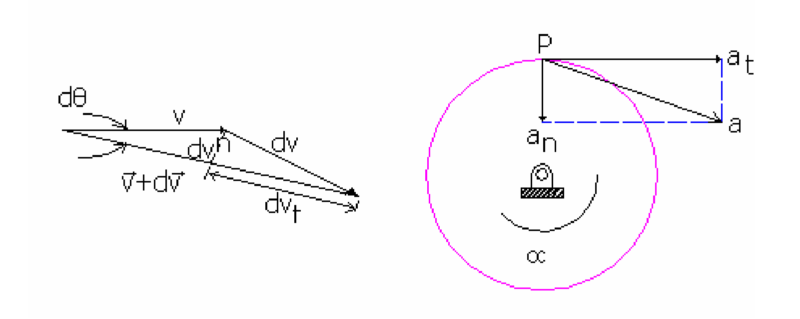
# 3 العجلات Acceleration in mechanisms

## 1.3 مقدمة

عند حركة نقطة P بعجلة زاوية α فإن العجلة اللحظية للنقطة P يمكن تقسيمها إلى مركبتين، مركبة مماسية $a_t$ وأخرى عمودية $a_n$ حيث تساوي العجلة اللحظية للنقطة P
$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$ (شكل 3-1) أ.

### المركبة العمودية للعجلة:

$$a_n = V\,\omega = \frac{V^2}{r} = r\,\omega^2$$




**شكل (3-1)**

**حيث:**

$a_n$ : المركبة العمودية للعجلة، قدم / ث$^2$ أو م / ث$^2$.

V : السرعة اللحظية، قدم / ث أو م/ ث.

r : نصف القطر، قدم أو م.

ω : السرعة الزاوية، rad/sec.

## المركبة المماسية للعجلة:

$$a_t = r\,\alpha$$

**حيث :**

$\alpha$ : العجلة الزاوية $rad / sec^2$.

$$1\ rev = 2\,\pi\ rad$$

$$\omega = \frac{2\,\pi\,n}{60}$$

**حيث:**

$\omega$ : السرعة الزاوية rad/sec.

n : السرعة الزاوية rpm (دورة لكل دقيقة)

$$V = \frac{2\pi\ r\,n}{60}$$

**حيث :**

V : السرعة اللحظية ft/sec، أو م/ ث.

r : نصف القطر ft، أو م.

n : السرعة الزاوية للجسم rpm.

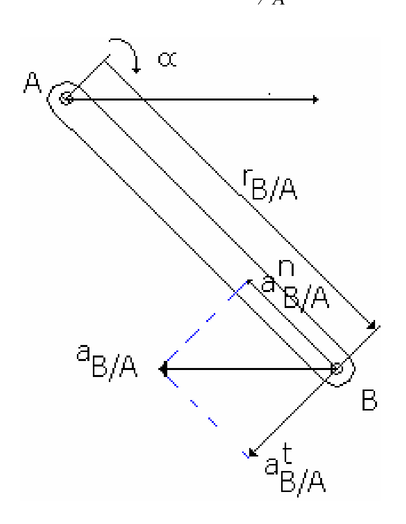
من المهم جداً دراسة العجلة في الآليات، فالإجهادات المتولدة تتناسب خطياً مع هذه العجلة (F=ma). فعلى سبيل المثال وجد أن الإجهادات المتولدة على ذراع التوصيل والمحامل نتيجة العجلة أكبر من تلك المتولدة نتيجة ضغط الغازات المحترقة في آلات الاحتراق الداخلي. وبالتالي من المهم التحليل الشامل للعجلات في الآليات عند دراسة هذه الإجهادات.

سيتم هنا دراسة طريقة العجلة النسبية والتي تركز على الافتراضيات التالية:

- جميع الحركات لحظية.
- يمكن افتراض الحركة اللحظية كحركة دورانية خالصة.

- يمكن تحليل العجلة بشكل سهل عند تحويلها إلى مركبتين أفقية وعمودية.
- يمكن حساب السرعة المطلقة والنسبية للنقاط المختلفة.

يوضح الشكل (2-3) وصلة بها نقطتين B, A غير ثابتتين. وتدور بعجلة زاوية α لهذه الوصلة؛ وبالتالي فإن العجلة اللحظية $a_{B/A}$ موضحة بالشكل.




**شكل (2-3)**

العجلة العمودية $a^n_{B/A}$ تكون في اتجاه النقطة A، $a^t_{B/A}$ عمودية على الخط الواصل بين النقطتين.

$$a^n_{B/A} = \frac{\left(V_{B/A}\right)^2}{r_{B/A}}$$

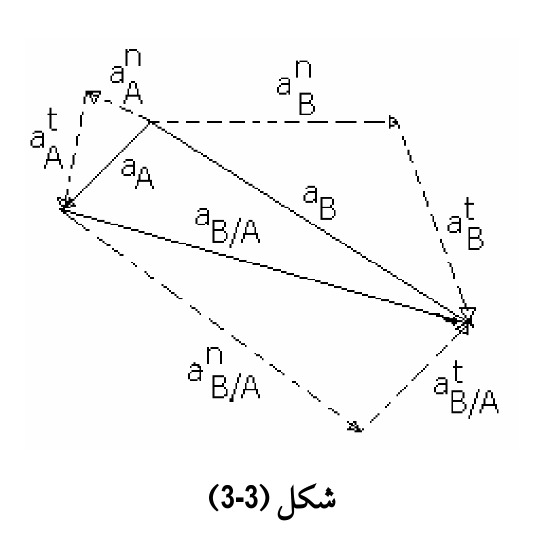
$$a^t_{B/A} = r_{B/A}\ \alpha$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\vec{a}^n_B + \vec{a}^t_B = \vec{a}^n_A + \vec{a}^t_A + \vec{a}^n_{B/A} + \vec{a}^t_{B/A}$$

## 2-3 خطوات الحل

يمكن استخدام المعادلة السابقة في حل مسائل العجلة، وعادة يمثل الطرف الأيسر للمعادلة الجزء المجهول بينما الطرف الأيمن معلوم أو يمكن حسابه ويمكن تمثيل هذه المعادلة في الشكل (3-3).



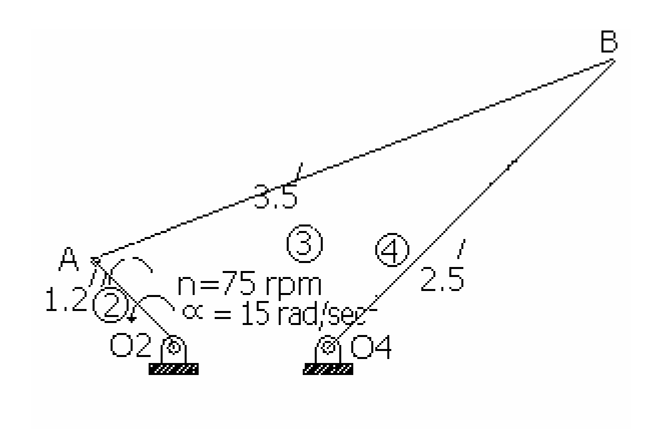

**شكل (3-3)**

إن الخطوط الرئيسية هي إعادة ترتيب لمخطط السرعة. غالباً، الاتجاه يكون معلوماً لجميع المركبات كما يمكن حساب قيم هذه المركبة للعجلة المعلومة.

وسيتم توضيح خطوات الحل ببعض الأمثلة.

### مثال 3-1

يوضح الشكل (3-4) آلية رباعية القضبان، المرفق 2 يدور عكس عقارب الساعة بمعدل 75rpm وعجلته تتناقص بمعدل $15 rad/sec^2$ . أوجد عجلة النقطتين B,A والسرعة والعجلة الزاويتين للوصلتين 3، 4.




**شكل (3-4)**

**الحل :**

- ارسم مخطط السرعة كما موضح بالشكل (3-5)أ.

لرسم مخطط السرعة احسب السرعة الخطية للنقطة A.

$$\omega_2 = \frac{2\pi\ n}{60} = \frac{6.26 \times 75}{60} = 7.85 \ \ rad/_{\text{sec}}$$

$$V_A = r_A \omega_2 = 1.2 \times 7.85 = 9.4 \ \ ft/_{\text{sec}}$$

✧ ارسم $V_A$ من نقطة الأصل o.

✧ ارسم $V_B$ (اتجاهها) من الأصل (⊥ 4).

✧ ارسم اتجاه $V_{B/A}$ من نهاية المتجه $V_A$ (⊥ 3).

✧ التقاطع يوضح قيمة كل سرعة.

- اكتب معادلة العجلة للنقطة B.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B^{\,n} + \vec{a}_B^{\,t} = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{B/A}^{\,n} + \vec{a}_{B/A}^{\,t}$$

- احسب مقدار واتجاه كل متجه.

$$a_B^n = \frac{V_B^2}{r_B} = \frac{15^2}{2.5} = 90 \quad {}^{ft}\!/\!_{sec^2} \qquad (// \quad link\ 4)$$

$a_B^t = r_B\alpha_4$ (معلومة الاتجاه فقط ⊥ الوصلة 4)

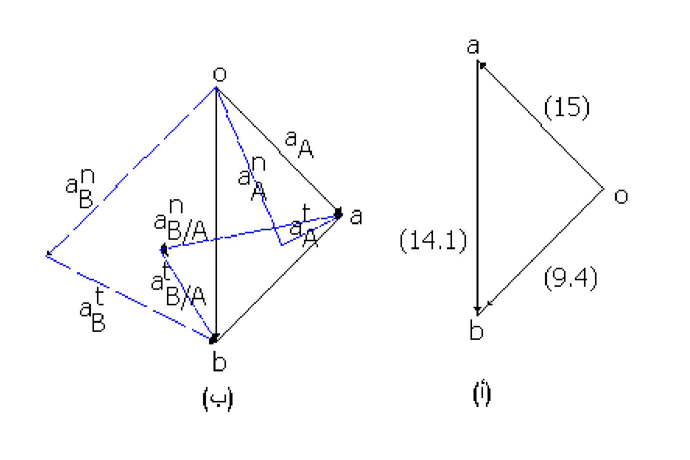
$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_A} = \frac{9.4^2}{1.2} = 73.7 \quad {}^{ft}\!/\!_{sec^2} \qquad (// \quad link\ 2)$$

$$a_A^T = r_A\alpha_2 = 1.2 \times 15 = 18 \quad {}^{ft}\!/\!_{sec^2} \qquad (\perp \quad link\ 2)$$

$$a_{B/A}^n = \frac{\left(V_{B/A}\right)^2}{r_{B/A}} = \frac{(14.1)^2}{3.5} = 56.8 \quad {}^{ft}\!/\!_{sec^2} \qquad (// \quad link\ 3)$$

$a_{B/A}^t = r_{B/A}\alpha_3$ (معلومة الاتجاه فقط ⊥ الوصلة 3)

- أنشئ مخطط العجلة شكل (3-5) ب لإيجاد قيمة $a_B$ .
  - ✧ ارسم $a_B^n$ من النقطة o (// الوصلة 4).
  - ✧ من نهاية $a_B^n$ ارسم خطاً عمودياً بطول غير معلوم يمثل اتجاه $a_B^t$ مجهول القيمة.
  - ✧ من النقطة o، ارسم $a_A^n$ (// للوصلة 2).
  - ✧ من نهاية $a_A^n$ وعمودياً عليه، ارسم $a_A^t$ . يمكن الآن إيجاد السرعة $a_A$ ؛ وتساوي 76 قدم/ ث.
  - ✧ من نهاية المتجه $a_A$ ارسم المتجه $a_{B/A}^n$ .
  - ✧ من نهاية المتجه $a_{B/A}^n$ وعمودياً عليه ارسم المتجه $a_{B/A}^t$ بطول غير محدد.
  - ✧ أوجد قيمة $a_B$ والمساوية لـ 120 قدم / ث$^2$ .
  - ✧ تقاطع المتجهين يعطي قيمة $a_B$ .




**شكل (3-5)**

- احسب العجلات والسرعات الزاوية المطلوبة.

$$\omega_3 = \frac{V_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{14.1}{3.5} = 4.03 \quad rad/sec$$

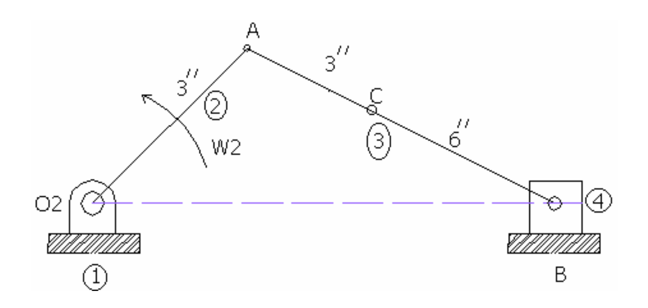
$$\alpha_3 = \frac{a^t_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{51}{3.5} = 14.6 \quad rad/sec^2$$

$$\omega_4 = \frac{V_B}{r_B} = \frac{15}{2.5} = 6 \quad rad/sec$$

$$\alpha_4 = \frac{a^t_B}{r_B} = \frac{79}{2.5} = 31.6 \quad rad/sec^2$$

## مثال 3-2

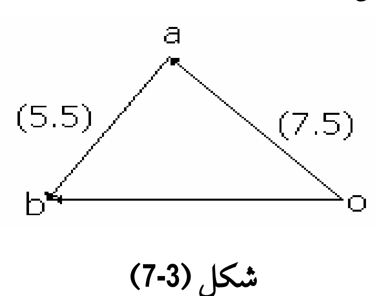
في الشكل (3–6)، المرفق 2 يدور عكس عقارب الساعة بسرعة زاوية منتظمة 30rad/sec. أوجد العجلة الخطية للنقاط C, B, A وكذلك السرعة والعجلة الزاويتين للوصلة 3.




**شكل (3-6)**

**الحل**

- ارسم مخطط السرعة، شكل (3-7).




**شكل (3-7)**

$$V_A = r_A \omega_2 = \frac{3}{12} \times 30 = 7.5 \quad {ft}/_{sec} \quad (\perp 2)$$
$$V_B \quad (// 4)$$

$V_{B/A}$ معلومة الاتجاه ($\perp$ BA)

- اكتب معادلة العجلة للنقطة B.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{B/A}^{\,n} + \vec{a}_{B/A}^{\,t}$$

النقطة B على المنزلق وعجلتها $a_B$ معلومة الاتجاه

$$a_B^n = \frac{V^2}{r} = \frac{V^2}{\infty} = 0$$

وبالتالي : $a_B = a_B^t$ .

- احسب قيم واتجاهات مركبات العجلة.

معلومة الاتجاه ( // مسار المنزلق ) = $a_B$

$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_A} = \frac{(7.5)^2}{3/12} = 225 \quad ft/\sec^2 \qquad (// \quad link\ 2)$$

$$a_A^t = r_A \alpha_2 = \left(3/12\right) \times 0 = 0$$

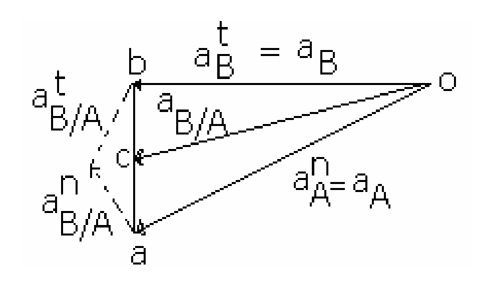
$$\therefore a_n = a_A^n$$

$$a_{B/A}^n = \frac{\left(V_{B/A}\right)^2}{r_{B/A}} = \frac{(5.5)^2}{9/12} = 40.3 \quad ft/\sec^2 \qquad (// \quad link\ 3)$$

$$\alpha_3 = \frac{a_{B/A}^t}{r_{B/A}} = \frac{51}{3.5} = 14.6 \quad rad/\sec^2 \qquad c\ w$$

معلومة الاتجاه (// للوصلة 3) $a_{B/A}^n = r_{B/A}\alpha_3$ .

- أنشئ مخطط العجلة الموضح بالشكل (8-2) لإيجاد $a_B$ .




**شكل (8-3)**

✧ حدد اتجاه $a_B$ ( $a_B = a_B^t$ ) من خلال نقطة الأصل o.

✧ مجدداً، من نقطة الأصل ارسم $a_A$ ( $a_A = a_A^n$ ).

✧ من نهاية $a_A$ ، ارسم $a_{B/A}^n$ .

- ✧ من نهاية $a^n_{B/A}$ وعمودياً عليها ، رسم اتجاه $a^t_{B/A}$ ، نقطة تقاطع هذا الخط مع اتجاه $a_B$ يعطي $a_B$ .
- ✧ حدد موقع النقطة C كما تم توضيحه في السابق، حيث تقع النقطة C على صورة سرعة الوصلة 3، $\frac{ac}{ab} = \frac{AC}{AB}$ .

- احسب السرعة والعجلة الزاويتين للوصلة 3.

$$\omega_3 = \frac{V_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{5.5}{9/12} = 7.3 \quad rad/\sec \qquad (c\,w)$$

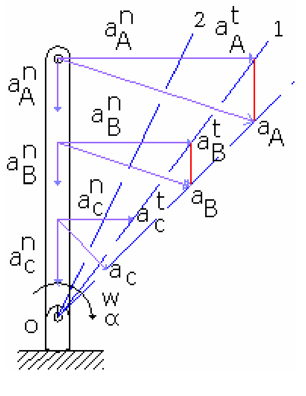
$$\alpha_3 = \frac{a^t_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{153}{9/12} = 204 \quad rad/\sec^2 \qquad (c\,c\,w)$$

## 3-3 تناسب العجلة proportionality of acceleration

من المهم توضيح أن عجلة نقطة تدور حول جسم تتناسب مع القطر. يمكن ملاحظة ذلك من معادلة مركبتي العجلة:

$$a^n = r\,\omega^2 \quad , \quad a^t = r\,\alpha$$

ويوضح الشكل (3-9) تناسب العجلة مع نصف القطر.



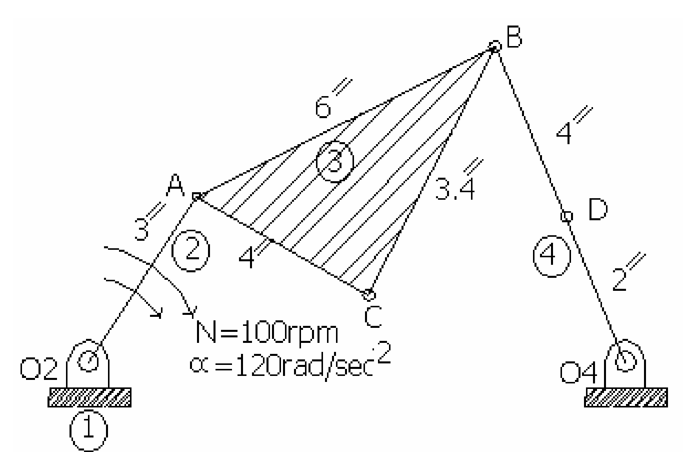

شكل (3-9)

يمثّل الخط 1 خط التناسب للمركبات المماسية للعجلة عند النقاط المختلفة الموجودة على الوصلة (النقاط A,B,C تناظرها المركبات $a_A^t, a_B^t, a_C^t$) بينما الخط 2 يمثّل خط التناسب للمركبات العمودية للعجلة عند النقاط المختلفة A,B,C.

للوصلات القائمة، المركز اللحظي للعجلة يختلف عن المركز اللحظي للسرعة. والطرق المتبعة لإيجاد المركز اللحظي للعجلة تختلف عن تلك المثبتة لإيجاد المركز اللحظي للسرعة.

**مثال 3-3**

في الشكل (3-10)، المرفق 2 يدور في اتجاه عقارب الساعة بمعدل 100rpm؛ وسرعته تتزايد بمعدل $120 rad/sec^2$. أوجد العجلة الخطية للنقاط C,B,A وكذلك السرعة الزاوية للوصلة 3، 4.




**شكل (3-10)**

**الحل:**

- ارسم مخطط السرعة شكل (3-11)أ.

$$\omega_2 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{6.28 \times 100}{60} = 10.5 \ rad/sec$$

$$V_A = r_A \omega_2 = \frac{3}{12} \times 10.5 = 2.62 \ ft/sec$$

$$V_B \quad (\perp \text{link } 4)$$
$$V_{B/A} \quad (\perp BA)$$
$$V_{C/A} \quad (\perp CA)$$
$$V_{C/B} \quad (\perp CB)$$

- اكتب معادلة عجلة النقطة B.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$
$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^t$$

- احسب قيم واتجاهات المقادير الموجودة في المعادلة.

$$a_B^n = \frac{V_B^2}{r_B} = \frac{(1.3)^2}{6/12} = 3.38 \quad ft/sec^2 \qquad (// \quad \text{link } 4)$$

$$a_B^t = r_B \alpha_4 \qquad (\perp \quad \text{link } 4)$$

$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_A} = \frac{(2.62)^2}{3/12} = 27.44 \quad ft/sec^2 \qquad (// \quad \text{link } 2)$$

$$a_A^t = r_A \alpha_2 = (3/12)(120) = 30 \quad ft/sec^2 \qquad (\perp \quad link\ 2)$$

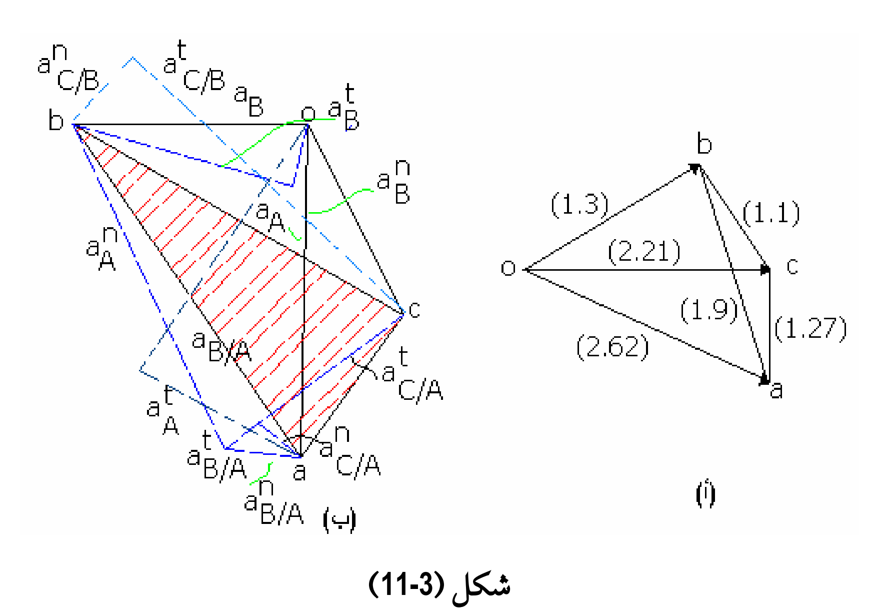
$$a_{B/A}^n = \frac{\left(V_{B/A}\right)^2}{r_{B/A}} = \frac{(1.9)^2}{6/12} = 7.22 \quad ft/sec^2 \qquad (// \quad to \quad BA)$$

$$a_{B/A}^t = r_{B/A} \alpha_3 \qquad (\perp \quad BA)$$

- أنشئ مخطط العجلة لإيجاد $a_B$ ؛ شكل (3-11) ب بإتباع الخطوات التالية:

  ✧ ارسم $a_B^n$ من نقطة الأصل o (// للوصلة 4).

  ✧ من نهاية $a_B^n$ ، ارسم خطاً عمودياً بطول غير محدد ليمثل $a_B^t$ .




**شكل (3-11)**

✧ مرة أخرى، ومن النقطة o، ارسم $a_A^n$ (// للوصلة 2).

✧ من نهاية $a_A^n$ وعمودياً عليها أرسم $a_A^t$، وبالتالي أوجدت $a_A$.

✧ من نهاية $a_A$، ارسم $a_{B/A}^n$ (// لـ BA).

✧ من نهاية $a_{B/A}^n$ وعمودياً عليها ارسم خطاً بطول غير محدد يمثل $a_{B/A}^t$ ، تقاطع هذا الخط مع $a_B^t$ يعطي $a_B$.

- اكتب معادلة عجلة النقطة C.

$$\vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}_{c/A}$$

$$\vec{a}_c = \vec{a}_B + \vec{a}_{c/B}$$

أو

$$\vec{a}_c = \vec{a}_A + \vec{a}_{c/A}^n + \vec{a}_{c/A}^t$$

- احسب قيم واتجاهات المقادير الموجودة بمعادلة العجلة.

$$a^{n}_{C/A} = \frac{\left(V_{C/A}\right)^2}{r_{C/A}} = \frac{(1.27)^2}{4/12} = 4.83 \quad ft/sec^2 \qquad (// \quad to \quad CA)$$

$$a^{t}_{C/A} = r_{C/A}\,\alpha_3 = r_{C/A}\left(\frac{a^{t}_{B/A}}{r_{B/A}}\right) = \left(4/12\right)\left(\frac{41.5}{4/12}\right) = 27.8 \quad ft/sec^2 \qquad (\perp \quad BA)$$

- أنشئ مخطط الإزاحة لهذه العجلات.
- عجلة النقطة D على الوصلة 4 يمكن إيجادها من العلاقة:

$$\frac{O_4 D}{O_4 B} = \frac{od}{ob}$$

- احسب السرعة والعجلة الزاويتين للوصلة 3.

$$\omega_3 = \frac{V_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{1.9}{6/12} = 3.8 \quad rad/sec \qquad (c\,w)$$

$$\alpha_3 = \frac{a^{t}_{B/A}}{r_{B/A}} = \frac{41.5}{6/12} = 83 \quad rad/sec^2 \qquad (c\,c\,w)$$

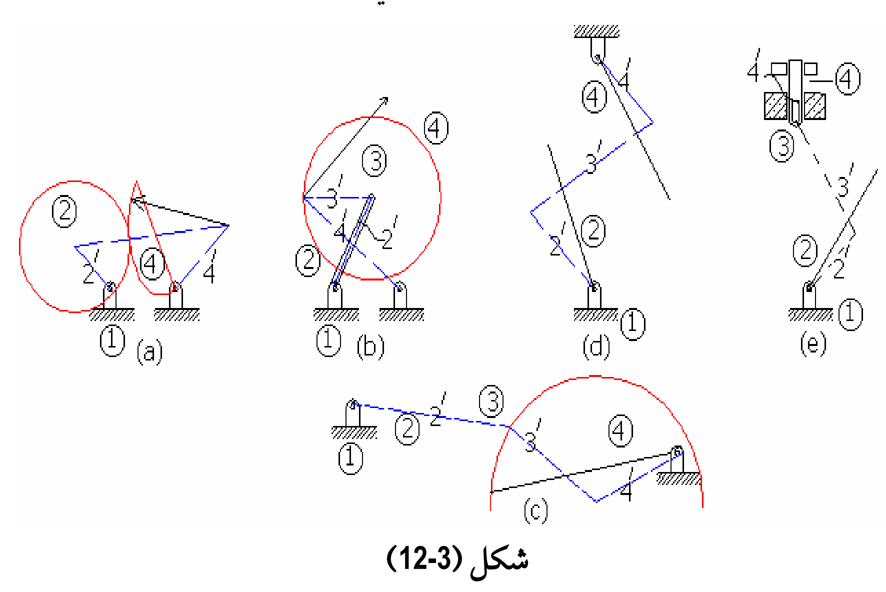
$$\omega_4 = \frac{V_B}{r_B} = \frac{1.3}{6/12} = 2.6 \quad rad/sec \qquad (c\,w)$$

$$\alpha_4 = \frac{a^{t}_B}{r_B} = \frac{17.2}{6/12} = 34.4 \quad rad/sec^2 \qquad (c\,c\,w)$$

## 4-3 الوصلات المكافئة Equivalent linkages

إن تحليل العجلة للعديد من الوصلات المتدحرجة يمكن تبسيطه بشكل كبير عن طريق إنشاء ما يسمى بالوصلات المكافئة؛ والتي تقوم بتحويل طور لحظي معين لمثل هذه الآلية إلى وصلات مسمارية يكون فيها النقاط المعلومة والمجهولة على نفس الوصلة.

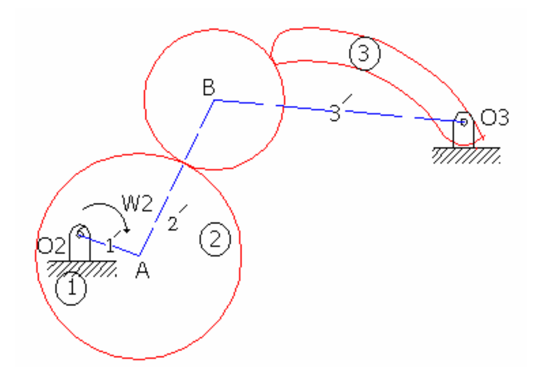
يوضح الشكل (12-3) بعض الأمثلة لهذه الوصلات والوصلات المكافئة لها والموضحة بخط متقطع. لاحظ أنه في كل حالة الوصلة الحرة للوصلات المكافئة ترسم على امتداد العمودي المشترك للسطحين المتلامسين ويمتد حتى مركز منحني كلا السطحين.




**شكل (12-3)**

## مثال 3-4

في الشكل (13-3) a الحدبة (الوصلة 2) تدور عكس عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 120rad/sec. احسب السرعة والعجلة الزاويتين للوصلة 3.




**شكل (13-3)**

**الحل:**

$$r_A = 1' \quad , \quad r_{B/A} = 2' \quad , \quad r_B = 3'$$

- ارسم الوصلة المكافئة، شكل (3-13).
- ارسم مخطط السرعة، شكل (3-14)أ.

$$V_A = r_A\omega_2 = \frac{1}{12}\times 120 = 10 \quad {ft}/{sec} \quad (\perp \ link\ 2')$$
$$V_B \quad (\perp \ link\ 3')$$
$$V_{B/A} \quad (\perp \ link\ 4')$$

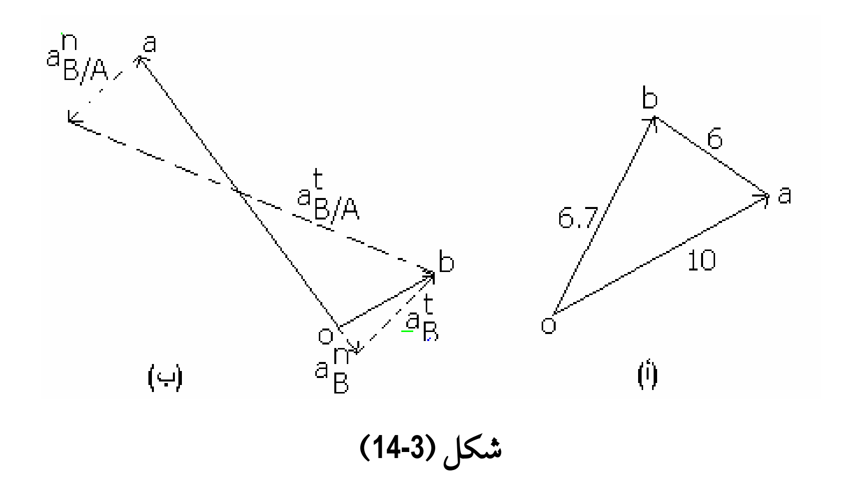
- اكتب معادلة العجلة $a_B$ .

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$
$$\vec{a}_B^{\,n} + \vec{a}_B^{\,t} = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,t} + \vec{a}_{B/A}^{\,n} + \vec{a}_{B/A}^{\,t}$$

- احسب قيمة واتجاه كل متغير.

$$a_B^n = \frac{V_B^2}{r_B} = \frac{6.7^2}{3/12} = 179.6 \quad {ft}/{sec^2} \qquad (\perp \quad link\ 3')$$
$$a_B^t \qquad (\perp \quad link\ 3')$$
$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_A} = \frac{10^2}{1/12} = 1200 \quad {ft}/{sec^2} \qquad (// \quad link\ 2')$$
$$a_A^t = 0 \quad (\alpha_2 = 0) \Rightarrow a_A = a_A^n$$
$$a_{B/A}^n = \frac{\left(V_{B/A}\right)^2}{r_{B/A}} = \frac{6^2}{2/12} = 216 \quad {ft}/{sec^2} \qquad (// \quad link \quad 2')$$
$$a_{B/A}^t \qquad (\perp \quad link\ 4')$$

- أنشئ مخطط العجلة، شكل (3–14) ب.




**شكل (3-14)**

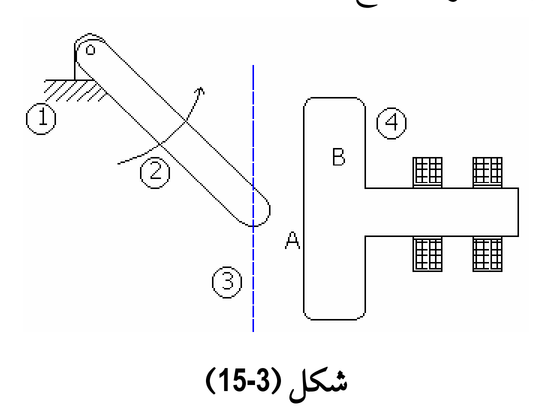
- احسب السرعة والعجلة الزاويتين للوصلة 3.

$$\omega_3 = \frac{V_B}{r_B} = \frac{6.7}{3/12} = 26.8 \quad rad/\sec \qquad (c\,w)$$

$$\alpha_3 = \frac{a_B^t}{r_B} = \frac{70}{3/12} = 280 \quad rad/\sec^2 \qquad (c\,c\,w)$$

## مثال 3-5

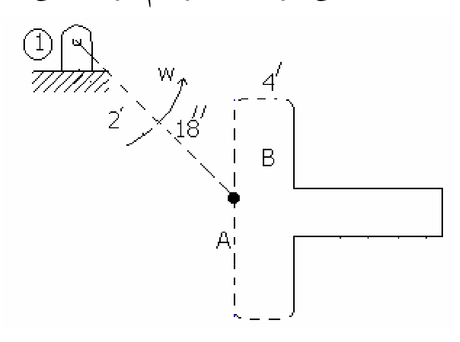
في الشكل (3-15) المرفق يدور عكس عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 20rad/sec. المطلوب إيجاد سرعة التابع وعجلته.




**شكل (3-15)**

## الحل:

- أنشئ الوصلة المكافئة. النقطة A على الوصلة 2 ترسم موازياً على الخط المتقطع شكل (3-16).




**شكل (3-16)**

- ارسم مخطط السرعة؛ شكل (3-17) أ.

$$V_A = r_A \omega_2 = 1.5 \times 20 = 30 \ \ ft/_{sec}$$
$$V_B \quad (//\ part\ of\ link\ 4)$$
$$V_{B/A} \quad (//\ face\ of\ 4')$$

- اكتب معادلة العجلة .

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$
$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t + \vec{a}_{B/A}^n + \vec{a}_{B/A}^t$$

- احسب قيمة واتجاهات المتغيرات.

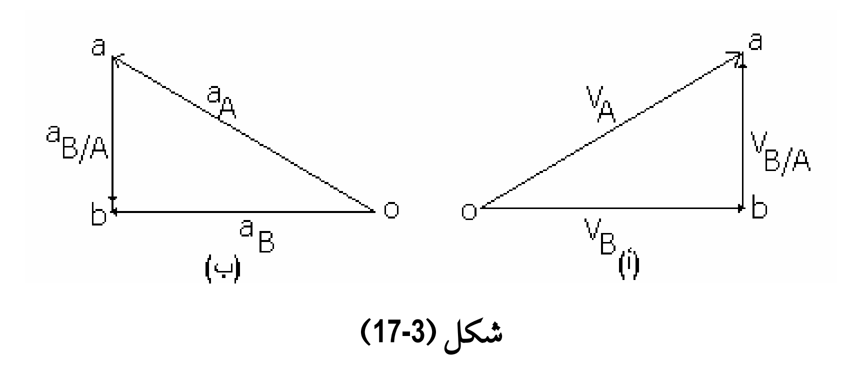
$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_A} = \frac{30^2}{1.5} = 600 \quad ft/_{sec^2} \qquad (//\quad link\ 2)$$
$$a_A^t = 0 \quad (\omega_2\ constant)$$
$$\Rightarrow a_A = a_A^n$$

(لا توجد حركة في الاتجاه العمودي) $a_{B/A}^n = 0$

(اتجاه رأسي) $a_{B/A}^t$

$$a_{B/A} = a_{B/A}^t$$

- ارسم مخطط العجلة، شكل (3-17) ب.




**شكل (3-17)**

## 3-5 مركبة كوريوليس للعجلة Coriolis Acceleration Component

جميع الأمثلة التي تم تحليلها سابقاً تتضمن نقطتين منفصلتين على نفس الوصلة الجاسئة؛ وتم إيجاد العجلة باستخدام العلاقة $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$ . وتجدر الإشارة إلى أن هذه العلاقة تستخدم لإيجاد العجلة النسبية بين أي نقطتين.

ولكن عندما تكون النقطتين محل الدراسة متطابقتين على وصلتين مختلفتين وإحدى هاتين النقطتين، والموجودة على وصلة، يمكن أن تأخذ مساراً على الوصلة الأخرى وهذه الوصلة تدور فإنه يجب إضافة مركبة أخرى للعجلة يطلق عليها Coriolis of acceleration Component. والعجلة النسبية بين النقطتين في هذه الحالة تعطى بالعلاقة:

$$a_{B/A} = a^n_{B/A} + a^t_{B/A} + 2\, V_{B/A}\,\omega$$

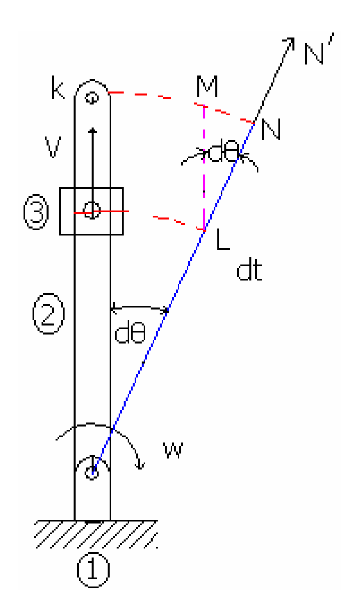
ومن المهم هنا الإشارة إلى القاعدتين المهمتين التاليتين :

- قاعدة 1: اتجاه مركبة كوريوليس هو نفس اتجاه السرعة النسبية $V_{B/A}$ بعد إدارته 90° في اتجاه السرعة الزاوية للوصلة المرتبطة بالمسار .
- قاعدة 2: اكتب معادلة العجلة للنقطة التي تصنع مساراً .

### 3-5-1 اشتقاق معادلة مركبة كوريوليس Derivatim of the Coriolis Component

في الشكل (3-18) الوصلة 2 تدور مع عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة مقدارها ω، وفي نفس الوقت الوصلة 3 تنزلق على امتداد الوصلة 2 بسرعة خطية ثابتة مقدارها V. بعد فترة زمنية متناهية في الصغر dt ستكون الوصلة 2 قد غيرت موضعها بمقدار dθ. الإزاحة الزاوية للوصلة 2 وحدها تغير موضع الوصلة 3 إلى النقطة L ، بينما تغير الإزاحة الخطية للوصلة 3 وحدها موضع الوصلة 3 إلى النقطة k، هاتين الإزاحتين ينتج عنهما وصول الوصلة 3 إلى الموضع M.

ولكن في الحقيقة، فإن الوصلة 3 بعد مرور زمن dt ستكون قد وصلت إلى النقطة N، وهذا نتج عن عجلة إضافية تسببت في الإزاحة MN، مثل هذه الإزاحة ستكون عمودية على مسار الوصلة 3 وفي اتجاه الدوران، ويطلق على هذه المركبة ((مركبة كوريوليس))؛ وقيمتها 2Vω.




شكل (3-18)

يمكن إيجاد هذه القيمة من العلاقة:

$$d\theta = ds/r$$
$$or \quad ds = r\ d\theta$$
$$MN = LM\ d\theta$$
$$but \quad ds = \frac{1}{2} a (dt)^2$$
$$or \quad MN = \frac{1}{2} a (dt)^2$$

الحركة الخطية للوصلة 3 نتيجة السرعة الخطية V يمكن إيجادها من العلاقة:

$$LM = V\ dt$$

بينما الإزاحة الزاوية للوصلة 3 يمكن إيجادها من العلاقة:

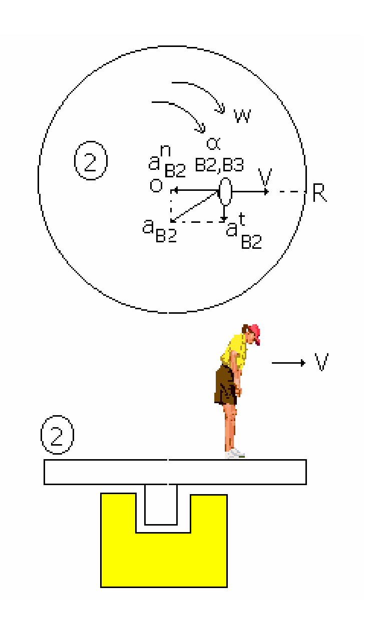
$$d\theta = \omega \quad dt$$

بالتعويض

$$1/2\ a\ (dt)^2 = V\ dt\ \omega \quad dt$$
$$or \quad a = 2\ V\ \omega$$

ولتخيل هذه المركبة بشكل أكبر، تخيل طفلاً يقف على طاولة دوارة كما موضح بالشكل (3-19)، فإذا كان الطفل $B_3$ يقف عند النقطة $B_2$ فإنه سيشعر بعجلة النقطة $B_2$، و بالتالي فإنه يجب أن يميل عكس اتجاه العجلة $a_{B2}$ ليحمى نفسه من السقوط، وبمعنى آخر فإن العجلة $B_3$ هي نفس عجلة النقطة $B_2$ المنطبقة معها.

في حالة بدء الطفل في المشي على امتداد الخط OR في اتجاه النقطة R بسرعة خطية $V_{B3/B2}$ ، فإنه سيشعر بعجلة إضافية تتجه بزاوية 90° على مسار حركته وفى اتجاه الدوران كتعويض لهذه العجلة المضافة، من المفترض أن يميل أكثر في اتجاه الدوران ليمنع سقوطه .

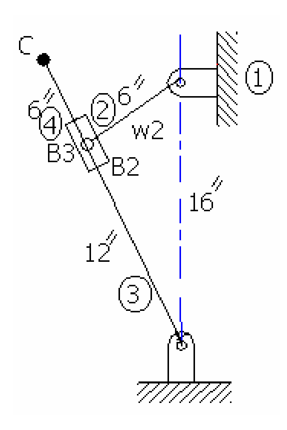



**شكل (3-19)**

وسيتم توضيح طريقة الحل في مثل هذه المسائل عن طريق المثال التالي.

## مثال 3-6

يوضح الشكل (3-20) آلية بها مرفق 2 يدور عكس عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة $\omega_2$ مقدارها 20rad/sec . أوجد عجلة الوصلة 3.

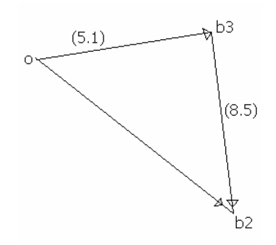



**شكل (3-20)**

**الحل:**

اختر نقطة متطابقة $B_2$ و $B_3$ على المنزلق حيث تقع النقطة $B_3$ على الوصلة 3 والنقطة $B_2$ على الوصلة 2. و بالتالي يمكن التفكير في النقطة $B_2$ كمسار على الوصلة 3.

- ارسم مخطط السرعة كما موضح بالشكل (3-21).




**شكل (3-21)**

$$V_{B2} = r_{B2}\omega_2 = \left(\frac{6}{12}\right)(20) = 10 \quad {ft}/{sec} \quad (\perp\ link\ 2)$$
$$V_{B3} \quad (\perp\ link\ 3)$$
$$V_{B2/B3}$$

(موازِ للمسار المتخذ بواسطة $B_2$ على الوصلة 3)

- أكتب معادلة العجلة بحيث تكون $B_2$ في الطرف الأيسر للمعادلة. $B_2$ تنشئ المسار على الوصلة 3.

$$\vec{a}_{B2} = \vec{a}_{B3} + \vec{a}_{B2/B3}$$
$$\vec{a}^{\,n}_{B2} + \vec{a}^{\,t}_{B2} = \vec{a}^{\,n}_{B3} + \vec{a}^{\,t}_{B3} + \vec{a}^{\,n}_{B2/B3} + \vec{a}^{\,t}_{B2/B3} + 2\vec{V}_{B2/B3}\,\omega_3$$

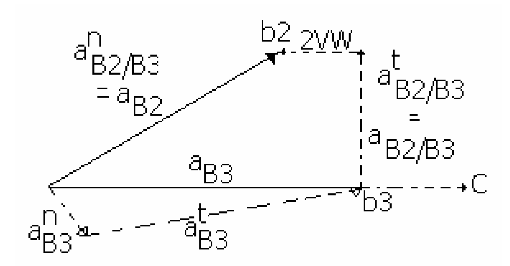
- احسب مقدار و اتجاه كل حد من حدود المعادلة السابقة

$$a^{n}_{B2} = \frac{(V_{B2})^2}{r_{B2}} = \frac{10^2}{6/12} = 200 \quad {ft}/{sec^2} \qquad (//\quad link\ 2)$$

$$a^t_{B2} = 0 \quad (\alpha_2 = 0)$$
$$\therefore a_{B2} = a^n_{B2}$$
$$a^n_{B3} = \frac{(V_{B3})^2}{r_{B3}} = \frac{5.1^2}{1} = 26 \quad ft/sec^2 \qquad (// \quad link\ 3)$$
$$a^t_{B3} = r_{B3}\alpha_3 \qquad (\perp \quad link\ 3)$$
$$a^n_{B2/B3} = \frac{\left(V_{B2/B3}\right)^2}{r_{B2/B3}} = 0 \qquad \left(r_{B2/B3} = \infty\right)$$
$$a^t_{B2/B3} = r_{B2/B3}\,\alpha_{B2/B3}$$
$$\left(V_{B2/B3}\ \omega_3\right) = 2(8.5)(5.1) = 86.7 \quad ft/sec^2$$
$$\omega_3 = \frac{V_{B3}}{r_{B3}} = \frac{5.1}{1} \quad rad/sec \qquad \text{حيث}$$

إن اتجاه مركبة كوريوليوس هو نفس اتجاه السرعة $V_{B2/B3}$ ، و الموازي للمسار الخاص بالنقطة B2 بالنسبة لـ B3 ( ↘ ) مداراً بزاوية °90 في اتجاه ω3 أي ( ↻ ).

- أنشئ مخطط العجلة، كما موضح بالشكل (3–22) بإتباع الخطوات التالية:




**شكل (3-22)**

- حدد $a_{B2}$ من النقطة 0.
- من النقطة 0 مجدداً ارسم $a^n_{B3}$ .
- من نهاية $a^n_{B3}$ ارسم اتجاه $a^t_{B3}$ .

- حيث أن المتجه الأخير غير محدد ، فبالتالي لا يمكن استكمال الحل بنفس الطريقة المستخدمة في الأمثلة السابقة و سيتم الرجوع من النقطة B2.
- من نهاية المتجه B2 ارسم المتجه 2Vω.
- من نهاية المتجه 2Vω ارسم المركبة $a^t_{B2/B3}$ ، نقطة التقاطع ستحدد قيمة $a^t_{B3}$ وبالتالي $a_{B3}$ .
- أحسب العجلة الزاوية للوصلة 3 من العلاقة:

$$\alpha_3 = \frac{a^t_{B3}}{r_{B3}} = \frac{258}{1} = 258 \quad rad/\sec^2$$

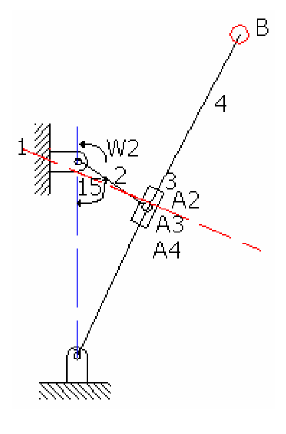
- يمكن استخدام المتجه ob3 لإيجاد عجلة النقطة C و ذلك عن طريق امتداد هذا الخط و من العلاقة

$$oc/ob_3 = OC/O_3B_3$$

## مثال 3-7

**في الشكل (3-23) المرفق 2 يدور بسرعة 60 rpm عكس عقارب الساعة**

- أوجد سرعة وعجلة النقطة B.
- أوجد السرعة والعجلة الزاوية للوصلة 4.




**شكل (3-23)**

**الحل:**

$$V_{A4} = V_{A2} + V_{A42}$$

- اتجاه $V_{A4}$ عمودي على $A_4 O_4$
- $V_{A2} = \omega_2 (O_2 A_2)$ معلومة القيمة و الاتجاه
- $V_{A4A2}$ اتجاهها موازٍ لـ $O_4 A_4$

عن طريق رسم مضلع السرعات يمكن حساب

$$V_{A4} \quad , \quad V_{A4A2}$$

وبالتالي حساب سرعة النقطة B و كذلك السرعة الزاوية $\omega_4$ من العلاقة:

$$\omega_4 = \frac{V_{A4}}{O_4 A_4}$$

لحساب العجلات

$$a_{A2} = a_{A4} + a_{A2A4}$$
$$a^n_{A2} + a^t_{A2} = a^n_{A4} + a^t_{A4} + a^n_{A2A4} + a^t_{A2A4} + 2\omega_4 \times V_{A2A4}$$
$$\alpha_4 = \frac{a^t_{A4}}{O_4 A_4}$$

## الطرق التحليلية لحساب السرعة و العجلة

### 6-3 الطرق التحليلية لحساب العجلة

بافتراض نقطة تتحرك على امتداد منحنى في فضاء ويعطي موضعها بالمتجه a يمكن إيجاد عجلة هذه النقطة بالعلاقة:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$$
$$\vec{a} = \ddot{R}_x \, \vec{i} + \ddot{R}_y \, \vec{j} + \ddot{R}_z \, \vec{k}$$

وتعطى العجلة الزاوية بالعلاقة:

$$\vec{\alpha} = \frac{d\omega}{dt} = \alpha_x \vec{i} + \alpha_y \vec{j} + \alpha_z \vec{k}$$

وعند حركة جسم جاسئ حول نقطة ثابتة فإنه يمكن إيجاد سرعة نقطة على هذا الجسم بالعلاقة:

$$\dot{\vec{R}} = \vec{\vartheta} = \vec{\omega} \times \vec{R}$$

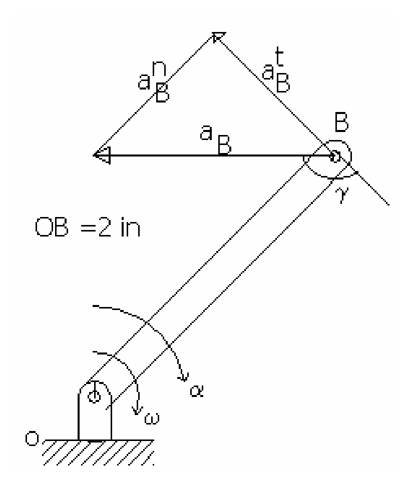
حيث $\vec{R}$ هو متجه من النقطة الثابتة حتى النقطة المراد قياس سرعتها لإيجاد العجلة :

$$\dot{\vec{\vartheta}} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{R}}$$
$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{R}\right)$$

الحد الأول للمعادلة السابقة يمثل العجلة المماسة بينما الحد الثاني يمثل العجلة العمودية.

## مثال 3-8

وصلة بطول 2 in تدور بسرعة زاوية 1000 rad/s مع عقارب الساعة، وعجلتها الزاوية 750,000rad/s² عكس عقارب الساعة. أوجد عجلة النقطة B الموضحة على الوصلة، شكل (24-3).




**شكل (24-3)**

**الحل:**

$$a_B^n = \omega \times (\omega \times R) = (1000)^2 (2) = 2{,}000{,}000 \quad {}^{in}\!/_{s^2} \qquad (O \text{ نحو})$$

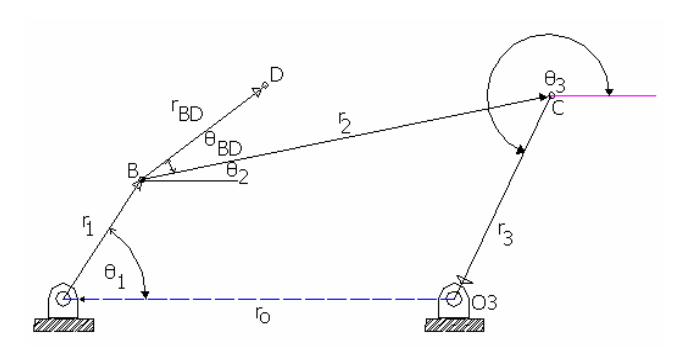
$$a_B^t = \dot{\omega} \times R = -(750{,}000) \times (2) = 1{,}500{,}000 \quad {}^{in}\!/_{s^2} \quad (\perp O)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n = \sqrt{(a_B^t)^2 + (a_B^n)^2} = 2{,}500{,}000 \quad {}^{in}\!/_{s^2}$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{a_B^n}{a_B^t}\right) = 126{,}87^o$$

للآلية رباعية القضبان الموضحة بالشكل (3-25) يمكن كتابة معادلة المتجهات على النحو التالي:

$$\vec{r}_o + \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$




**شكل (3-25)**

بالتفاضل يمكن الحصول على العلاقة التالية:

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 + \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2 + \vec{\omega}_3 \times \vec{r}_3 = 0$$

بتفاضل المعادلة السابقة، مع ملاحظة أن أطوال الوصلات ستظل ثابتة يمكن الحصول على :

$$\vec{\alpha}_1 \times \vec{r}_1 + \vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1) + \vec{\alpha}_2 \times \vec{r}_2 + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2) + \vec{\alpha}_3 \times \vec{r}_3 + \vec{\omega}_3 \times (\vec{\omega}_3 \times \vec{r}_3) = 0$$

وهي تكافئ المعادلة:

$$\vec{a}_C^n + \vec{a}_C^t = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t + \vec{a}_{C/B}^n + \vec{a}_{C/B}^t$$

بافتراض الحركة ستقع في المستوى xy، فإن السرعة الزاوية والعجلة الزاوية سيكون اتجاهها في مستوى z. وبالتالي يمكن كتابة :

$$\vec{\alpha} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \alpha \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \alpha \left( r_x \vec{j} - r_y \vec{i} \right)$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \omega \left( r_x \vec{j} - r_y \vec{i} \right)$$

$$\vec{\omega} \times \left( \vec{\omega} \times \vec{r} \right) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{J} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ \omega r_x & \omega r_y & 0 \end{vmatrix} = -\omega^2 \left( r_x \vec{j} + r_y \vec{i} \right)$$

وبالتالي من المعادلات السابقة يمكن الحصول على المعادلة:

$$\alpha_1 \left( - r_{1y} \vec{i} + r_{1x} \vec{J} \right) - \omega_1^2 \left( r_{1x} \vec{i} + r_{1y} \vec{J} \right) + \alpha_2 \left( - r_{2y} \vec{i} + r_{2x} \vec{J} \right) - \omega_2^2 \left( r_{2x} \vec{i} + r_{2y} \vec{J} \right)$$
$$+ \alpha_3 \left( - r_{3y} \vec{i} + r_{3x} \vec{J} \right) - \omega_3^2 \left( r_{3x} \vec{i} + r_{3y} \vec{J} \right) = 0$$

ويجب تحقيق المعادلة السابقة بشكل مستقل لكل من $\vec{i}$ , $\vec{j}$ . بافتراض أن متجه الموضع والسرعة الزاوية والعجلة الزاوية للمرفق 1 معلومة، فإنه يمكن حل معادلات السرعة كما تم إيضاحه سابقاً للحصول على السرعة الزاوية لباقي الوصلات. وبالتالي يمكن كتابة:

$$\alpha_2 \; r_{2y} + \alpha_3 r_{3y} = -\alpha_1 \;\; r_{1y} - \omega_1^2 \; r_{1x} - \omega_2^2 \; r_{2x} - \omega_3^2 \; r_{3x}$$

وكذلك للمتجه y يمكن كتابة:

$$\alpha_2 \; r_{2x} + \alpha_3 rx = -\alpha_1 \;\; r_{1x} - \omega_1^2 \; r_{1y} - \omega_2^2 \; r_{2y} - \omega_3^2 \; r_{3y}$$

ويمكن حل هذه المعادلات بواسطة أحد الطرق؛ فمثلاً يمكن استخدام المصفوفة التالية في الحل:

$$\begin{bmatrix} r_{2y} & r_{3y} \\ r_{2x} & r_{3x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

حيث يمثل a الحد الأيمن للمعادلة الأولى و b الحد الأيمن للمعادلة الثانية في المعادلتين السابقتين.

أخيراً، يمكن حساب العجلة الزاوية لذراع التوصيل والتابع من العلاقات التالية:

$$\alpha_2 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a & r_{3y} \\ b & r_{3x} \end{vmatrix} = \frac{a\ r_{3x} - b\ r_{3y}}{D}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} r_{2y} & a \\ r_{2x} & b \end{vmatrix} = \frac{a\ r_{2y} - b\ r_{2x}}{D}$$

حيث:

$$D = \begin{vmatrix} r_{2y} & r_{3y} \\ r_{2x} & r_{3x} \end{vmatrix} = r_{2y}\ r_{3x} - r_{2x}\ r_{3y}$$

# الفصل الرابع

# 4

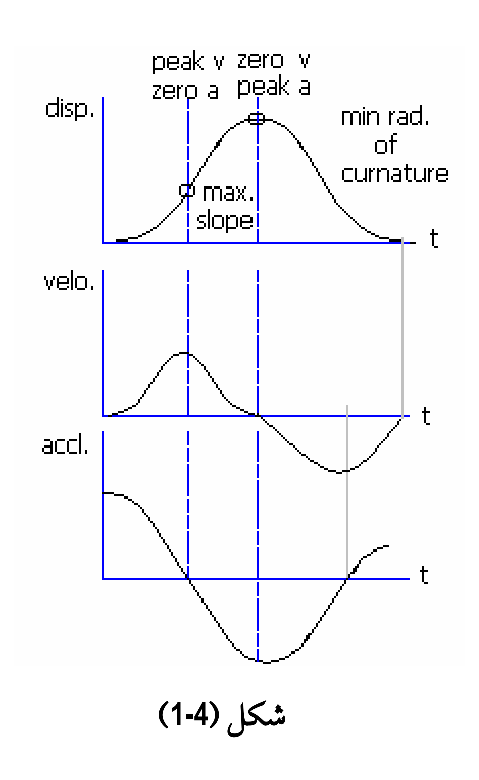
## مخططات الحركة Motion curves

لقد تم في الفصول السابقة استعراض بعض الطرق لحساب السرعة والعجلة النسبيتين لأي نقطة على آلية في طور معين. إنّ هذه الطرق ستعطي قيم السرع عند أطوار مختلفة وغير متصلة ومن المستحيل معرفة القيم القصوى للسرعة أو العجلة خلال حركة الآلية بمجرد الفحص لهذه الطرق، وبالتالي من الضروري إيجاد عدة نقاط للحصول على الأطوار الحرجة للآلية. بمعنى آخر يجب الحصول على سجل لحركة نقطة معينة أو وصلة لدورة كاملة للآلية لمعرفة القيم القصوى وهو ما تقوم به مخططات الحركة.

### 1-4 مقدمة

تتكون مخططات الحركة لنقطة ما، أو وصلة، من ثلاثة مخططات، مخطط الإزاحة– الزمن، السرعة – الزمن، العجلة – الزمن. الزمن في كل حالة؛ عادة، هو الزمن المطلوب لدورة واحدة للقائد. توجد طريقتان عامتان للحصول على مثل هذه المخططات. تتمثل الطريقة الأولى في رسم الآلية عند عدة مواضع لها في أطوارها المختلفة (عادة 12 موضع أو أكثر) وإنشاء مخططات السرعة والعجلة لكل طور من هذه الأطوار، ومن ثم استخدام القيم المتحصل عليها في رسم مخططات السرعة والعجلة. من مزايا هذه الطريقة دقتها، وكذلك توفر قيم السرعة والعجلة لجميع النقاط على الآلية عند هذه الأطوار، إلا أن من أهم عيوبها احتياجها لوقت وجهدٍ كبيرين لإنشاء هذه المخططات وحساب هذه القيم.

تتلخص الطريقة الثانية في إنشاء مخطط الإزاحة – الزمن (عادة يطلق عليه مخطط الإزاحة) ومن ثم الحصول على مخططات السرعة والعجلة عن طريق تفاضل هذا المخطط. بهذه الطريقة يمكن الحصول على مخطط السرعة من مخطط الإزاحة وعلى مخطط العجلة من مخطط السرعة.




**شكل (4-1)**

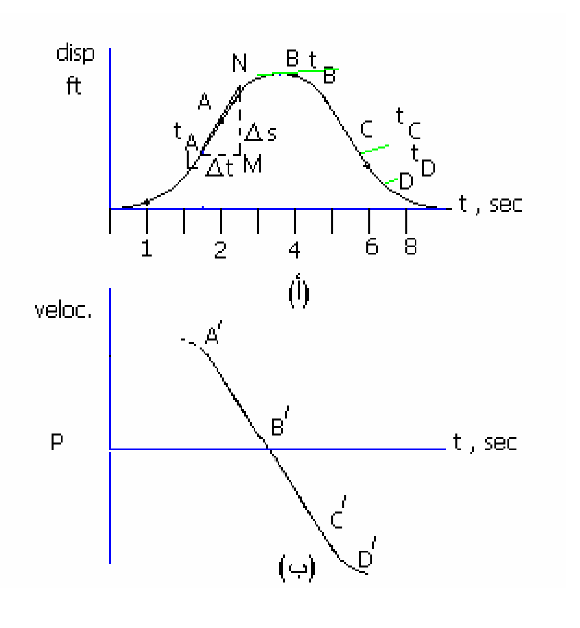
يوضح الشكل (4-1) مخططات الإزاحة لنقطة.

توضح هذه المخططات بسهولة النقاط الحرجة للعجلة والسرعة؛ بوجود قليل من الخبرة فإن مخطط الإزاحة يمكنه توضيح العديد من النقاط.

يمكن ملاحظة أن سرعة نقطة تتناسب مع ميل منحنى الإزاحة، أما عجلة النقطة فتتناسب عكسياً مع نصف قطر منحنى الإزاحة.

## 2-4 المخطط التفاضلي Graphical Differentiation

تعتمد هذه الطريقة على إيجاد ميل جميع المماسات للمنحنى المرسوم واستخدام هذا الميل في رسم المنحنى الموالي، والذي يطلق عليه أنه اشتقاق المنحنى الأول.




**شكل (4-2)**

يوضح الشكل (4-2) أ إزاحة نقطة ما (بالقدم) تتغير مع الزمن (بالثانية). عند النقطة A تم رسم المماس $t_A$ لهذه النقطة على المنحنى، وكذلك رسم المثلث **LMN**. ميل المنحنى عند النقطة A يساوي (LM / MN) حيث MN يعبر عنها بوحدات الإزاحة، حيث **LM** بوحدات الزمن.

السرعة اللحظية عند A هي :

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3.4}{2} = 1.7 \ {}^{ft}\!/_{sec}$$

هذه النقطة يمكن إسقاطها على مخطط السرعة $A'$ (شكل (4-2)ب).

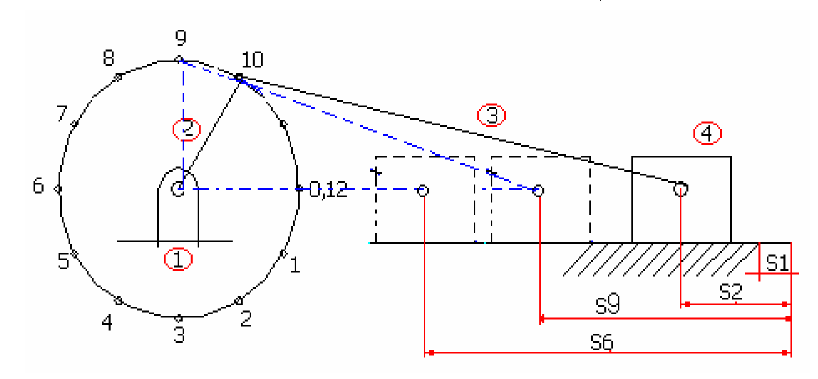
يمكن إعادة نفس العملية مع باقي النقاط على مخطط الإزاحة وهي B,C,D، ويتم إسقاطها على مخطط السرعة كنقاط مكافئة $B', C', D'$ . هذه الطريقة في إيجاد مخطط السرعة تستلزم وقتاً، وتوجد طرق أبسط لرسم مثل هذا المنحنى.

من الواضح أنه عند رسم مثلثات عند النقاط D,C,B لها نفس القاعدة LM، فإن ارتفاعها يتناسب مع ميل هذه النقاط، وبالتالي يتناسب مع سرعتها. بمعنى آخر فإن مخطط السرعة يمكن إنشاؤه عن طريق ارتفاع هذه النقاط. وعوضاً عن إنشاء هذه المثلثات على مخطط الإزاحة، يمكن إنشاء الضلع المجاور على محور x في مخطط السرعة، كما بالشكل (4-2) ب. يمكن ملاحظة أن المثلث POR يناظر المثلث LMN. وبالتالي عند النقطة A يمكن اختيار مقياس رسم مناسب وإنشاء مخطط السرعة واستخدام هذه الطريقة في إيجاد باقي النقاط.

ويوضح المثال (4-1) استخدام هذه الطريقة.

**مثال 4-1**

يوضح الشكل (4-3) آلية مرفق – منزلق. إذا علمت أن المرفق يدور مع عقارب الساعة بسرعة زاوية 1 rev/sec ارسم مخططات الحركة للمنزلق.




**شكل (4-3)**

**الحل :**

- ارسم الآلية في مواضع مختلفة، كل 30°، شكل (4-3).
- ضع النقاط المختلفة لإزاحة المنزلق على مخطط الإزاحة، شكل (4-2)أ، للمواضع لاثني عشر.
- أنشئ المثلث LMN، اختر الضلع المجاور كرقم صحيح؛ وهو في هذه الحالة 3، أي (12/3) ثانية، والارتفاع 1.62 قدم.

$$V_{max} \cong \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1.62}{3/12} = 6.48\ ft/sec$$

- اختر مقياس رسم مناسب لمخطط السرعة، حيث أقصى وأقل سرعة معلومتان، وضع أقصى سرعة على المخطط وهي 6.48 ft/sec، وارسم الخط RP موازي لـ LN وبالتالي تم تحديد النقطة P.
- ارسم خطوطاً عمودية على النقاط المختلفة في مخطط الإزاحة، ومن النقطة P ارسم خطوطاً عمودية على الخطوط المنشأة في مخطط الإزاحة.
- من نقاط التقاطع المتحصل عليها ارسم منحنى يمثل مخطط السرعة.
- بإتباع نفس الخطوات السابقة أنشئ مخطط العجلة (شكل (4-4)ج).
- أوجد العجلة القصوى من العلاقة :

$$a_{max} \cong \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = \frac{8.7}{2/12} = 52.28\ ft/sec^2$$

**شكل (4-4) أ،ب،ج**

# 5

# الفصل الخامس

## القوى الإستاتيكية Static forces

### خصائص القوة :
### (مقدار - اتجاه - إشارة - خط عمل - نقطة تطبيق)

### 1-5 القوى القسرية والقوى المطبقة Applied and constraint forces

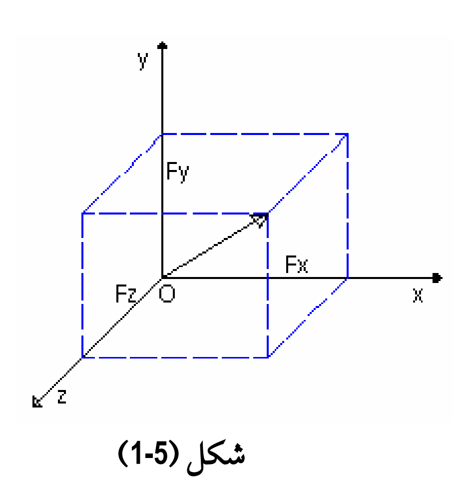
عند اتصال مجموعة أجسام مع بعضها لتكون نطاقاً، فإن القوى بين هذه الأجسام يطلق عليها القوى القسرية، وتجبر هذه القوى الأجسام على القيام بحركات معينة، وتشمل قوى الفعل ورد الفعل بين جسمين متصلين ببعضهما البعض.

أما القوى المطبقة فهي القوى الخارجية المؤثرة من خارج هذه المجموعة، وقد تكون بدون تماس فعلى مثل قوى الجاذبية الأرضية أو قوى مغناطيسية أو كهربية.

إن إشارة القوة قد تكون موجبة أو سالبة على امتداد خط عملها.

يوضح الشكل (5-1) قوة F تؤثر عند نقطة الأصل في ثلاثة أبعاد، ويمكن كتابة معادلتها كالتالي:

$$\vec{F} = F_x \, \vec{i} + F_y \, \vec{J} + F_z \, \vec{k}$$

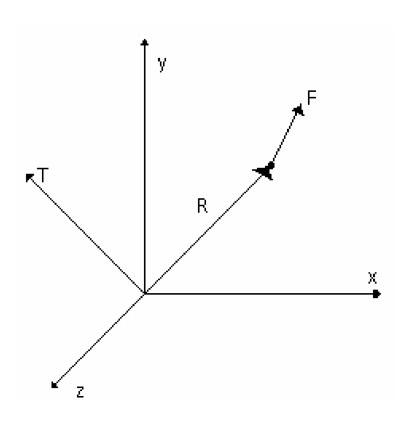



**شكل (5-1)**

يوضح الشكل (5-2) قوة F ويمكن حساب قيمة العزم الناتج من العلاقة:

$$\vec{T} = \vec{R} \times \vec{F}$$

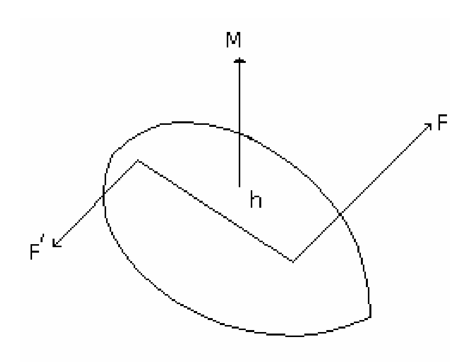
T عمودي على المستوى الذي يحتوي F,R.




**شكل (5-2)**

عند تأثير قوتين متساويتين في القيمة ومتضادتين في الاتجاه على امتداد خطين متوازيين ينتج عنهما الازدواج comple شكل (5-3).

$$\vec{M} = \vec{h} \times \vec{F}$$




شكل (5-3)

## 5-2- شروط الاتزان Conditions for equilibrium

إن شروط اتزان الجسم الجاسئ هي:

- المجموع الاتجاهي لجميع القوى المؤثرة يساوي صفراً.
- مجموع العزوم لجميع القوى المؤثرة حول محور معين يساوي صفراً.

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \sum F_x = 0 \quad , \quad \sum F_y = 0 \quad , \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum \vec{T} = 0 \quad \Rightarrow \sum T_x = 0 \quad , \quad \sum T_y = 0 \quad , \quad \sum T_z = 0$$

- **مخطط الجسم الحر Free body diagram**

إن رسم مخطط الجسم الحر يعني عزل حد ما أو مجموعة حدود في الآلية عن باقي الحدود ورسم كل القوى الخارجية المؤثرة فيه؛ ويساعد هذا في فهم المسألة وتعيين القوى المجهولة وبرمجة وإدراك جميع أوجه المسألة المطروحة.

## 5-3 تحليل القوى تخطيطياً Graphical force analysis

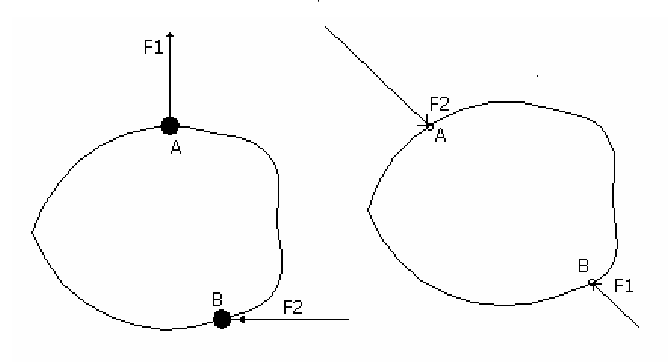
يعتمد هذا التحليل على رسم مخطط الجسم الحر لأجزاء الآلية ومخططات القوى من أجل تعيين القوى المجهولة. ومن عيوب هذه الطريقة حاجتها إلى الدقة العالية في الرسم والقياس.

### 1-3-5 تحليل الأجزاء ثنائية القوى Analysis of two force members

تكون شروط التوازن كالتالي:

- القوتان لهما نفس المقدار.
- تؤثران على نفس خط العمل.
- لهما اتجاهان متعاكسان.

وفي هذه الحالة يتعرض الجسم لإجهاد شد أو ضغط؛ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ ويوضح الشكل (4-5) حالتي الاتزان عند تطبيق قوتين على جسم معين.




**شكل (4-5)**

### 2-3-5 تحليل الأجزاء ثلاثية القوى Analysis of three force members

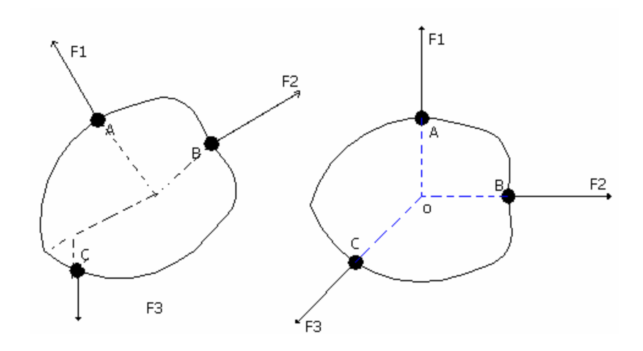
**شروط الاتزان:**

- محصلة القوى الثلاثة تساوي صفراً.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

- تقاطع خط عمل القوى الثلاثة في نقطة واحدة.

ويوضح الشكل (5-5) حالتي الاتزان وعدم الاتزان عند تطبيق ثلاث قوى على جسم معين.



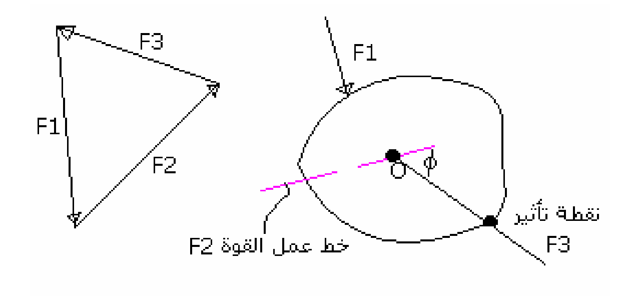

**شكل (5-5)**

غالباً ما يتم مصادفة المسألة العملية التالية:

- القوة الأولى $F_1$ معلومة مقداراً واتجاها.
- القوة الثانية $F_2$ معلومة اتجاها فقط.
- القوة الثالثة $F_3$ مجهولة مقداراً واتجاها.
- نقاط تأثير القوى الثلاثة معلوم.

لإيجاد قيم واتجاه القوى المجهولة:

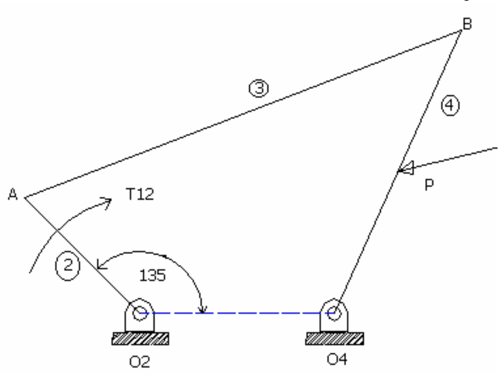
- عين نقطة التلاقي (o)؛ باستخدام اتجاهي القوتين المعلومتين.
- صل نقطة تأثير القوة الثالثة مع (o) وبالتالي يتم تحديد خط عمل القوة الثالثة.
- ارسم مضلع القوى لإيجاد القوة المجهولة مع مراعاة أن يكون لكل القوى الاتجاه على التوالي (شكل (6-5).




**شكل (6-5)**

## مثال 5-1

للآلية رباعية القضبان الموضحة في الشكل (5-7)، المرفق 2 يقاد بعزم $T_{12}$، ويتم تطبيق قوة خارجية $P = 120 \angle 220^o \ Lb$ عند النقطة Q على الوصلة 4. للوضعية الموضحة أوجد جميع القوى المؤثرة على الوصلات.




**شكل (5-7)**

**الحل:**

- اختر مقياس رسم للآلية والقوى المؤثرة عليها.
- اختر الوصلة التي يمكن بدأ الحل بها. ارسم مخطط الجسم الحر. ابدأ بالوصلة 4 لأن قيمة P معلومة. الوصلة 3 ثنائية القوى وتتعرض لإجهاد شد أو ضغط، وبالتالي القوة $F_{34}$ تقع على امتداد الوصلة 3، القوة $F_{14}$ مجهولة القيمة والاتجاه. يمكن حساب قيم القوى المجهولة كالتالي: ارسم وقيس ذراع العزوم للقوى P، $F_{34}$ حول $O_4$ واستخدم معادلة العزوم المشار إليها سابقاً

$$\sum M_{O4} = 2.38(120) + 8.63\, F_{34} = 0 \Rightarrow F_{34} = -33.1\ Lb$$

الإشارة السالبة تعني أن اتجاه القوة $F_{34}$ في اتجاه عقارب الساعة كما موضح بالشكل (5-8)أ.

- الوصلة 4 ثلاثية القوى ويمكن إيجاد اتجاه القوة $F_{14}$ باستخدام نقطة التوازن c؛ شكل (5-8) ب.
- برسم مضلع القوى، شكل (5-8)ج يمكن إيجاد القوة $F_{14}$

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{43} + \vec{F}_{14} = 0$$

مع ملاحظة أنه يمكن الاستغناء عن حساب معادلة العزوم ورسم المضلع بعد تحديد اتجاهات القوى مباشرة.

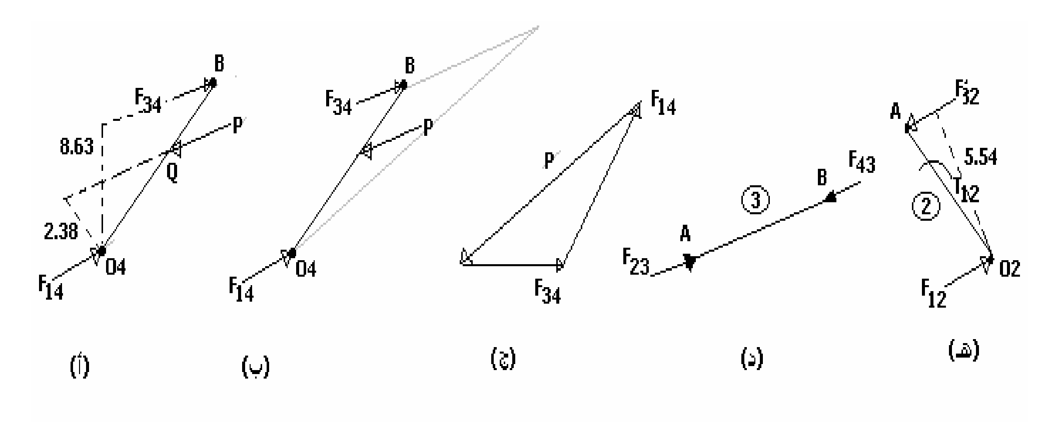
- في الشكل (5-8) د تم رسم مخطط الجسم الحر للوصلة 3.

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{43} = \vec{F}_{14}$$

- ارسم مخطط الجسم الحر للوصلة 2، شكل (5-8) هـ، وأوجد طول ذراع العزوم حول $O_2$.

$T_{12}$=-33.1 (5.54)

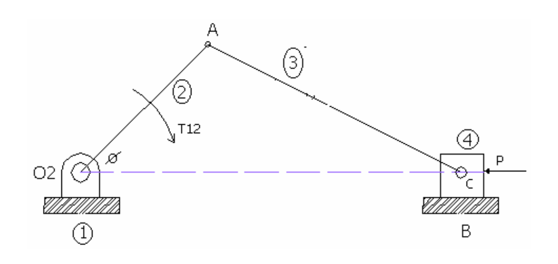
$T_{12}$=-183 Lb.in (الإشارة السالبة تعني مع عقارب الساعة)




**شكل (5-8) أ، ب، ج، د، هـ**

## مثال 5-2

في آلية المرفق – المنزلق الموضحة في الشكل (5-9) ، أوجد العزم $T_{12}$ والقوى القوى المؤثرة على الوصلات إذا علمت أن القوة P=40N، والزاوية $\phi = 45^{O}$ أفرض أنه لا يوجد احتكاك.




**شكل (9-5)**

**الحل:**

- يمكن البدء بالوصلة رقم (4) حيث القوة P معلومة القيمة والاتجاه، اتجاه القوة $F_{14}$ معلوم (حيث أن لا يوجد احتكاك فرد الفعل عمودي على مستوى الحركة) وكذلك اتجاه القوة $F_{34}$ (على امتداد الوصلة 3).
- برسم مخطط الجسم الحر للوصلة 4.
- ارسم مخطط الجسم الحر للوصلة 3 والتي تؤثر عليها قوتين $F_{23},F_{34}$.
- اختر مقياس رسم مناسب وارسم مضلع القوى المؤثر على الوصلة 4.

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{34} = 0$$

$$\vec{F}_{43} = -\vec{F}_{23}$$

- ارسم مخطط الجسم الحر للوصلة 2.

$$\vec{T} = \vec{F}_{23} \times \vec{h}$$

بحل المعادلات السابقة:

$$F_{14} = 12.7 \ N \quad \angle 90^{O}$$

في اتجاه الوصلة 3

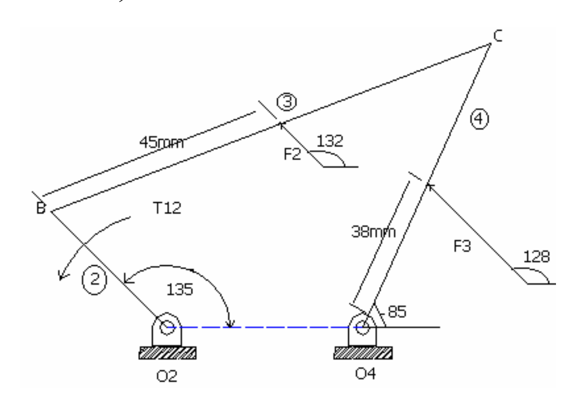
$$F_{34} = 42 \ N$$
$$h = 26.6 \quad mm$$
$$T = 1.12 \ N.m \quad CW$$

## مثال 5-3

للآلية رباعية القضبان الموضحة في الشكل (5-11) ، احسب العزم $T_{12}$، المؤثر على الوصلة 2، واحسب كذلك القوى المفصلية. استخدام مبدأ التراكب.

المعطيات:

$$F_2 = 77\ N, F_3 = 30\ N, O_4C = 50\ mm, O_2O_4 = 70\ mm$$
$$O_2B = 30\ mm, BC = 100\ mm$$



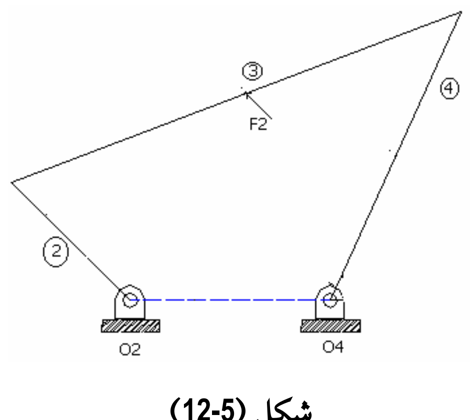

**شكل (5-11)**

## الحل:

باستخدام مبدأ التراكب super position يتم تقسيم المسألة إلى مسألتين فرعيتين تهمل في كل واحدة تأثير أحد القوى ويتم تحليل تأثير القوة الثانية ومن ثم جمع محصلة المسألتين الفرعيتين يعطي الحل الكلي للمسألة.

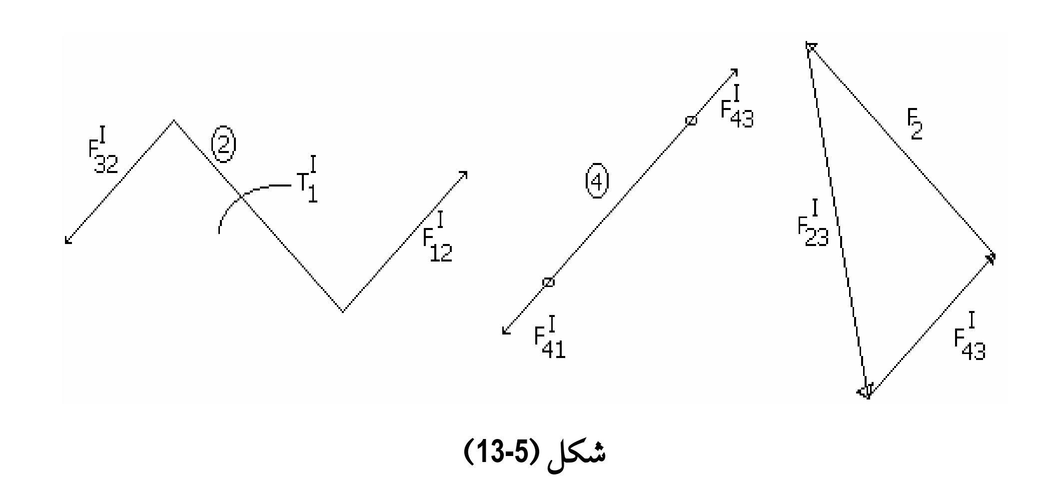
**أولاً: بافتراض إهمال القوة $F_3$.**

- الحد الرابع معرض لقوتين فقط لأن $F_3$ مهملة (شكل 5-12) وبالتالي فالقوتين تؤثران على امتداد الحد الرابع ولهما نفس المقدار ومتعاكستان في الاتجاه؛ ولكن مجهولتا القيمة.




**شكل (5-12)**

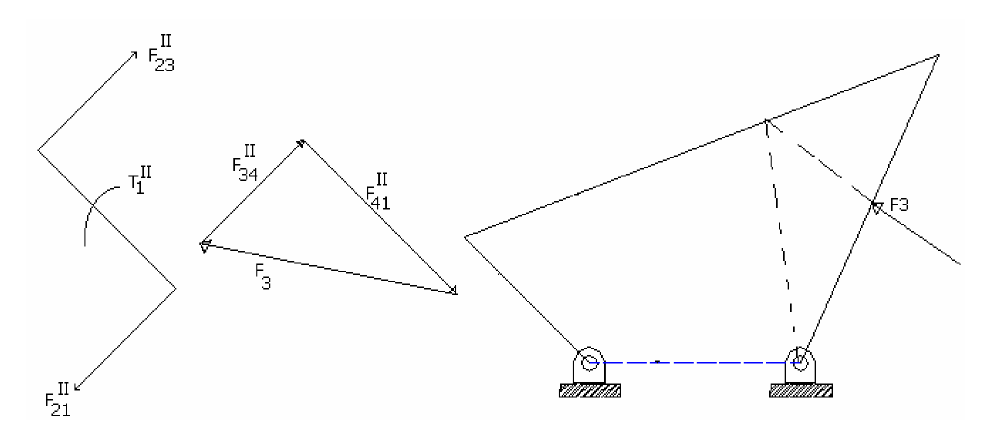
- الوصلة 3 تتأثر بثلاث قوى، القوة $F_2$ معلومة وقوة معلومة اتجاهاً فقط $F_{43}$؛ وبالتالي يمكن إيجاد $F_{32}$ (شكل (5-13)).




**شكل (5-13)**

**يتم الآن إهمال قيمة القوة $F_2$ وتحليل تأثير القوة $F_3$.**

ويلخص الشكل (5-14) هذا التحليل.




**شكل (5-14)**

لاحظ أنه:

$$F_{23}^{II} = -F_{32}^{II}$$
$$F_{34}^{II} = F_{23}^{II}$$

بإيجاد قيمة العزم في الحالة الثانية $T_1^{II} = \vec{F}_{21} \times \vec{h}$

ومن ثم يمكن إيجاد قيمة العزم الكلي $T_1 = T_1^I + T_1^{II}$

وكذلك بالنسبة للقوى المختلفة

$$\vec{F}_{23} = \vec{F}_{23}^{I} + \vec{F}_{23}^{II}$$
$$\vec{F}_{41} = \vec{F}_{41}^{I} + \vec{F}_{41}^{II}$$

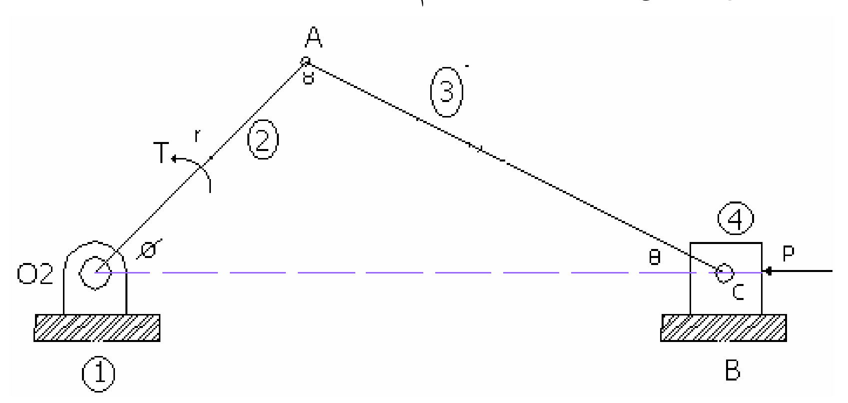
## 5-4 التحليل الرياضي للقوى Analytical static's in mechanisms

يمكن إيجاد القوى المؤثرة على الوصلات المختلفة باستخدام التحليل الرياضي. فعلى سبيل المثال عند معرفة حركة الآلية يمكن تعيين القوى المسببة في هذه الحركة، كما أنه عند معرفة القوى يمكن إيجاد الحركة المتولدة عن هذه القوة.

سيتم إيضاح طريقة التحليل من خلال الأمثلة التالية:

## مثال 5-4

في آلية المرفق المنزلق الموضحة في الشكل (5-15)، طول المرفق r وطول ذراع التوصيل L والقوة المطبقة على المكبس P. أوجد قيمة العزم T بدلالة الزاوية ϕ.

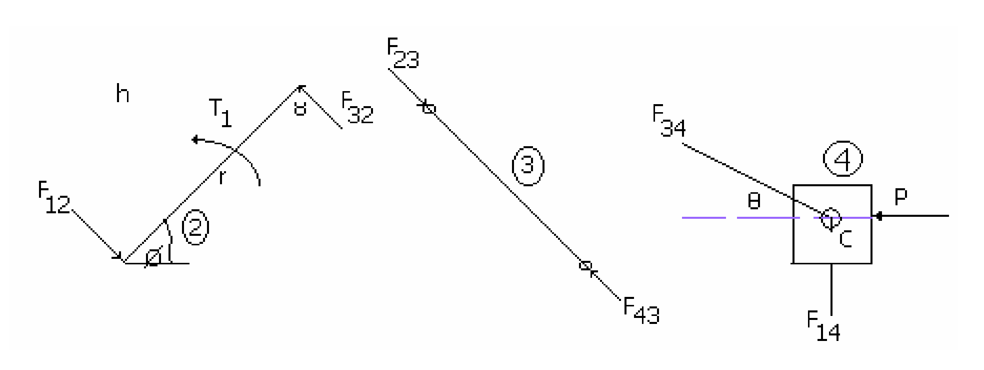



**شكل (5-15)**

**الحل:**

سيتم في البداية رسم مخطط الجسم الحر لكل حد من حدود الآلية على حدة، وتحديد القوى المؤثرة على هذه الحدود.

ويوضح الشكل (5-16) حدود الآلية والقوى المؤثرة عليها.




**شكل (5-16)**

$$F_{34}\ \cos\theta = P \quad \Rightarrow \quad F_{34} = \frac{P}{\cos\theta} \tag{1-5}$$

$$F_{32} = \frac{P}{\cos\theta} \tag{2-5}$$

نأخذ مجموع العزوم المؤثرة على المرفق

$$\begin{aligned} &T + F_{32}\ \cos(\gamma - 90)\, r = 0 \\ &\Rightarrow T = -F_{32}\, r\, \sin\gamma \end{aligned} \tag{3-5}$$

$$\begin{aligned} &\because \gamma = 180 - (\phi + \theta) \\ &\therefore T = -F_{32}\, r\, \sin(\phi + \theta) \\ &\Rightarrow T = -F_{32}\, r\, (\sin\phi\cos\theta + \cos\phi\sin\theta) \end{aligned} \tag{4-5}$$

نعوض في المعادلة (4-5) باستخدام (2-5)

$$\begin{aligned} &T = \frac{\Pr}{\cos\theta}(\sin\phi\cos\theta + \cos\phi\sin\theta) \\ &or \quad T = \Pr(\sin\phi + \cos\phi\tan\theta) \\ &\because \frac{\sin\theta}{r} = \frac{\sin\phi}{L} \quad , \quad \therefore \sin\theta = \frac{r}{L}\sin\phi \\ &\because \cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}\ , \quad \therefore \cos\theta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{L^2}\sin^2\phi} \\ &T = -\Pr\left(\sin\phi + \cos\phi\frac{r/L\ \ \sin\phi}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{L^2}\sin^2\phi}}\right) \\ &or \quad T = -\Pr\sin\phi\left(1 + \frac{r\ \ \cos\phi}{\sqrt{L^2 - r^2\sin^2\phi}}\right) \end{aligned}$$

تبين العلاقة الأخيرة. أنه عند ثبات قيمة القوة P فالعزم الدوراني سيكون متغير القيمة حسب قيمة زاوية المرفق ϕ، وعندها تكون قيمة الزاوية المرفق = صفراً أو 180°، أي

الوضعيات الميتة للآلية، فإن العزم T سيكون معدوماً والآلية تتوقف عن الحركة عندما تكون P هي القوة الوحيدة المؤثرة؛ ولكن هذا فعلياً لا يحدث بسبب تأثيرات قوى العطالة الناتجة عن تركيب الدولاب المعتدل أو بسبب تأثير العزم الدوراني الناتج من اسطوانة أخرى.

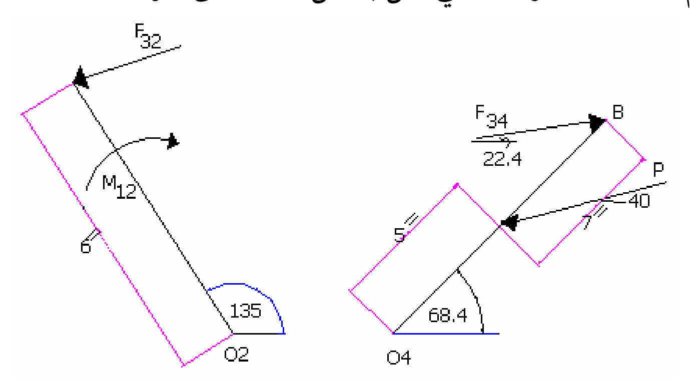
**مثال 5-5**

أعد حل المثال 5-1 رياضياً.

**الحل:**

يوضح الشكل (5-17) الوصلتين 2، 4 والقوى المؤثرة عليهما.

حيث تم أولاً تحديد الزاوية التي تميل بها كل وصلة على محور السينات.




**شكل (5-17)**

بأخذ العزوم حول $O_4$

$$\sum \vec{M}_{O4} = \vec{R}_Q \times \vec{P} + \vec{R}_B \times \vec{F}_{34} = 0$$

حيث :

$$\vec{R}_Q = 5\angle 68.4^O = 1.84\vec{i} + 4.65\vec{J}$$

$$\vec{P} = 120\angle 220^O = -91.9\vec{i} + 77.1\vec{J}$$

$$\vec{R}_B = 12\ \angle 68.4^O = 4.42\vec{i} + 11.165\vec{J}$$

$$\vec{F}_{34} = F_{34}\ \angle 22.4^O = \left(0.924\vec{i} + 0.381\vec{J}\right)F_{34}$$

بحل المعادلة :

$$\vec{F}_{34} = 33.1 \angle 22.4^{O} = 30.64\vec{i} + 12.6\vec{J} \quad Lb$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{34} + \vec{P} + \vec{F}_{14} = \left(30.64\vec{i} + 12.6\vec{J}\right) + \left(-91.9\vec{i} + 77.1\vec{J}\right) + \vec{F}_{14} = 0$$

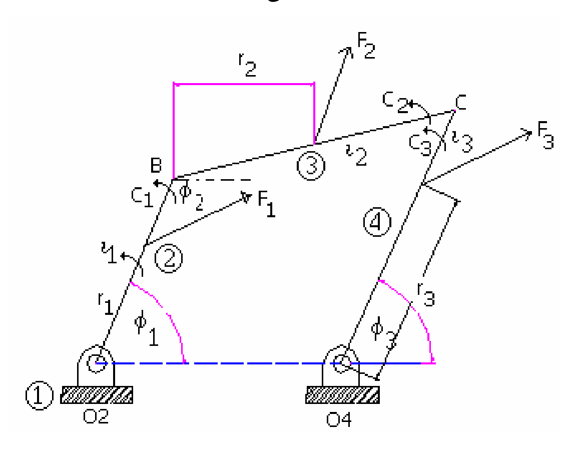
$$\therefore \vec{F}_{14} = 61.3\vec{i} + 64.5\vec{J} = 89.0 \angle 46.5^{O}$$

$$\sum \vec{M}_{O2} = \vec{M}_{12} + \vec{R}_{A} \times \vec{F}_{32} = 0 \quad , \vec{R}_{A} = 6 \angle 135^{O} \quad , \quad \vec{F}_{32} = \vec{F}_{34}$$

$$\therefore \vec{M}_{12} = -183.2\ \vec{k} \quad Lb.in$$

## مثال 6-5

في الآلية رباعية القضبان الموضحة بالشكل (5-18):




**شكل (5-18)**

**المعطيات:**

$\phi_1,\phi_2,\phi_3$ الزوايا الموضعية.

$F_1,F_2,F_3$ القوى المسلطة.

$C_1,C_2,C_3$ ازدواجات خارجية مطبقة.

**المطلوب:** عزم الدوران للمرفق T اللازم للحفاظ على الآلية في حالة الاتزان في الموضع المحدد وكذلك القوى المفصلية.

**الحل:**

تكون معادلات التوازن للوصلة رقم 4 بإسقاط القوى على محاور y, x وأخذ العزوم حول النقطة $O_4$.

$$F_{14x} + F_{34x} + F_{3x} = 0 \tag{5-5}$$

$$F_{14y} + F_{34y} + F_{3y} = 0 \tag{6-5}$$

$$F_{34y}\ell_3 \cos\phi_3 + F_{34x}\ell_3 \sin\phi_3 + F_{3y}r_3 \cos\phi_3 - F_{3x}r_3 \sin\phi_3 + C_3 = 0 \tag{7-5}$$

تحتوى هذه المعادلات الثلاث على أربعة مجاهيل. يتم دراسة الوصلة 3 وتكوين معادلات مشابهة بأخذ العزوم حول المفصل B.

$$F_{23x} + F_{43x} + F_{2x} = 0 \tag{8-5}$$

$$F_{23y} + F_{43y} + F_{2y} = 0 \tag{9-5}$$

$$F_{43y}\ell_2 \cos\phi_2 + F_{43x}\ell_2 \sin\phi_2 + F_{2y}r_2 \cos\phi_2 - F_{2x}r_2 \sin\phi_2 + C_2 = 0 \tag{10-5}$$

$$F_{43x} = -F_{34x} \quad , \quad F_{43y} = -F_{34y}$$

$$F_{23x} - F_{34x} + F_{2x} = 0 \tag{11-5}$$

$$F_{23y} - F_{34y} + F_{2y} = 0 \tag{12-5}$$

$$-F_{34y}\ell_2 \cos\phi_2 + F_{34x}\ell_2 \sin\phi_2 + F_{2y}r_2 \cos\phi_2 - F_{2x}r_2 \sin\phi_2 + C_2 = 0 \tag{13-5}$$

المعادلات (5-5) وحتى (13-5) تحتوي على ستة مجاهيل هي :

$$F_{23x} \,,\, F_{23y} \,,\, F_{34x} \,,\, F_{34y} \,,\, F_{14x} \,,\, F_{14y}$$

المعادلتان (5-7) و (5-13) تحتويان على مجهولين فقط هما $F_{34y}$ , $F_{34x}$ نعيد ترتيب المعادلتين على الصورة:

$$a_{11}F_{34x} + a_{12}F_{34y} = b_1 \tag{14-5}$$

$$a_{21}F_{34x} + a_{22}F_{34y} = b_2 \tag{15-5}$$

حيث:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \ell_3 \sin\phi_3 \\
a_{12} &= \ell_3 \cos\phi_3 \\
a_{21} &= \ell_2 \sin\phi_2 \\
a_{22} &= \ell_2 \cos\phi_2 \\
b_1 &= F_{3x}r_3 \sin\phi_3 - F_{3y}r_3 \cos\phi_3 \\
b_2 &= F_{2x}r_2 \sin\phi_2 - F_{2y}r_2 \cos\phi_2
\end{aligned}$$

بحل المعادلتين (5-14)، (5-15)

$$F_{34x} = \frac{|A_1|}{|A|} \quad , \quad F_{34y} = \frac{|A_2|}{|2|}$$

حيث:

$$A_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} \quad ; \quad A_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} \quad ; \quad A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$a_{11}F_{34x} = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \tag{16-5}$$

$$a_{11}F_{34y} = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \tag{17-5}$$

وبالتالي تم تعيين قيمة مركبات القوة $F_{34x}$ .

بحل المعادلات (5-5)، (5-6)، (5-11)، (5-12) لتعيين مركبات القوى المفصلية المجهولة:

$$F_{14x} = -F_{34x} - F_{3x} \tag{18-5}$$

$$F_{14y} = -F_{34y} - F_{3y} \tag{19-5}$$

$$F_{23x} = F_{34x} - F_{2x} \tag{20-5}$$

$$F_{23y} = F_{34y} - F_{2y} \tag{21-5}$$

بدراسة توازن المرفق

$$F_{12x} + F_{32x} + F_{1x} = 0$$
$$F_{12y} + F_{32y} + F_{1y} = 0$$
$$T + F_{32y}\ell_1 \cos\phi_1 + F_{32x}\ell_1 \sin\phi_1 + F_{1y}r_1 \cos\phi_1 + F_{1x}r_1 \sin\phi_1$$

$$F_{32x} = -F_{23x} \quad , \quad F_{32y} = -F_{23y}$$

$$F_{12x} - F_{23x} + F_{1x} = 0 \tag{22-5}$$

$$F_{12y} - F_{23y} + F_{1y} = 0 \tag{23-5}$$

$$T - F_{23y}\ell_1 \cos\phi_1 + F_{23x}\ell_1 \sin\phi_1 + F_{1y}r_1 \cos\phi_1 + F_{1x}r_1 \sin\phi + C_1 = 0 \tag{24-5}$$

$$F_{12x} = F_{23x} - F_{1x}$$
$$F_{12y} = F_{23y} - F_{1y}$$

$$T = F_{23y}\ell_1 \cos\phi_1 - F_{23x}\ell_1 \sin\phi_1 - F_{1y}r_1 \cos\phi_1 + F_{1x}r_1 \sin\phi - C_1$$

# 6

# الفصل السادس

## القوى الديناميكية Dynamic forces

تؤدي الكتل المتسارعة إلى ظهور القوى الديناميكية، وحيث أن كل الآلات تحتوي على أجسام متسارعة فإن القوى الديناميكية تظهر في كل الآلات.

إن أبسط مثال على هذه القوى هو كتلة تدور حول مفصل بسرعة زاوية ثابتة، حيث تتعرض هذه الكتلة بسبب التسارع إلى القوى الطاردة المركزية وهي قوة ديناميكية. أحياناً تكون القوى الديناميكية صغيرة مقارنة مع القوى الخارجية المؤثرة على الآلية بحيث يمكن إهمالها إلا أنه في أحيان أخرى تكون هي القوة الأكبر المؤثرة على الآلية.

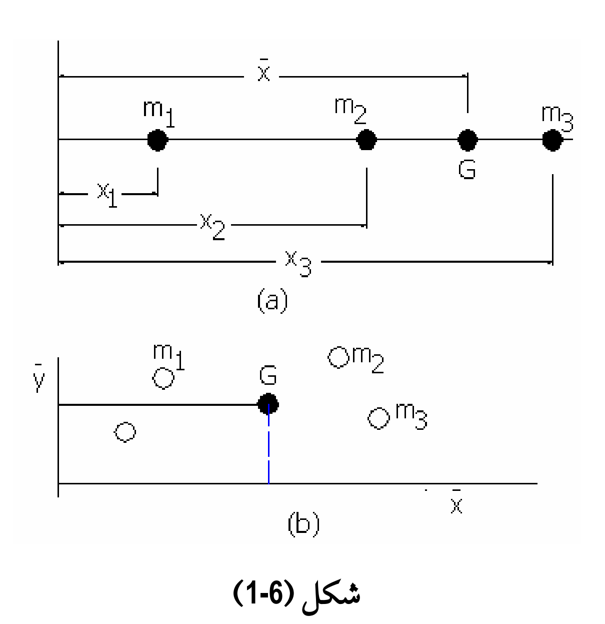
### 1-6 مركز الكتلة Center of mass

عند حل المسائل المختلفة تكون القوى موزعة بطريقة ما على امتداد خط، أو مساحة، أو حجم؛ ومن الممكن إيجاد محصلة هذه القوى. ويمكن إيجاد تأثير هذه القوة المحصلة عند نقطة ما والتي تعطي تأثير نفس القوى.

ويعبر مصطلح مركز الكتلة عن النقطة التي يمكن اعتبار الكتلة مركزة عندها لتعطي نفس تأثير الكتلة الموزعة.

يوضح الشكل (6-1) أ مجموعة كتل موزعة على خط. مركز الكتلة G يمكن إيجاده بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$




**شكل (1-6)**

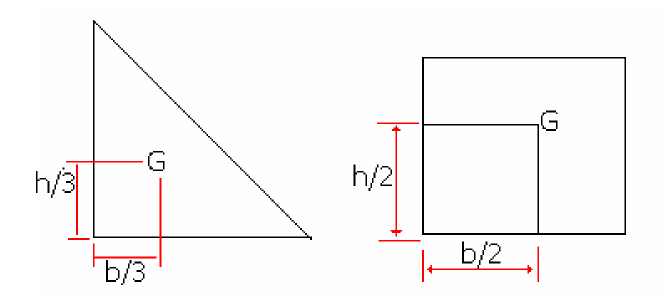
وعندما تكون هذه الكتلة موزعة على مساحة (شكل (1-6)ب) فإن الإحداثي الصادي يمكن إيجاده بالعلاقة:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

ويمكن إيجاد $\bar{z}$ بنفس الطريقة.

ويوضح الشكل (2-6) مركز الكتلة لأشكال مختلفة، وعند وجود مزيج من هذه الأشكال يمكن إيجاد المركز من العلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$




**شكل (2-6)**

وبشكل عام يمكن إيجاد المراكز عن طريق التكامل باستخدام العلاقة:

$$\bar{X} = \frac{1}{A}\int \bar{x}\, dA$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{A}\int \bar{y}\, dA$$

حيث $\bar{x}, \bar{y}$ هي المسافات إلى المراكز للمساحة $dA$ مقاسة موازية للمحاور y,x.

## 2-6 عزم القصور Moment of inertia

يمكن حساب عزم القصور من العلاقة :

$$I_x = \int y^2 \ dA \quad , \quad I_y = \int x^2 \ dA$$

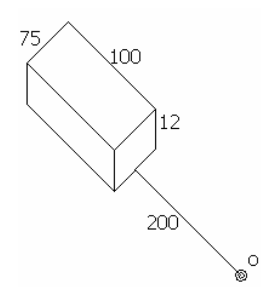
ولحساب عزم القصور حول أي محور على بعد d من محور المركز يمكن استخدام العلاقات:

$$I_x = \bar{I}_x + A d^2 x$$

$$I_y = \bar{I}_y + A d^2 y$$

**مثال 6-1**

يوضح الشكل (6-3) متوازي مستطيلات متصل بحبل مهمل الوزن. احسب عزم القصور حول o. أفرض $\rho = 7.8$ مجم/ م$^3$.




**شكل (3-6)**

**الحل:**

$$m = abc\ \rho = (75)(100)(12)(78)\frac{1000\ {}^{kg}\!/_{mg}}{\left(1000\ {}^{mm}\!/_{m}\right)^3} = 0.702\ kg.$$

$$I_G = \frac{m}{12}\left(a^2 + c^2\right) = \frac{0.702}{12}\left[(75)^2 + (100)^2\right] = 914\ kg.mm$$

$$I_o = I_G + md^2 = 914 + (0.702)(250)^2 = 44800\ kg.mm^2$$

$$I_o = 0.0448\ kg.m^2$$

## 3-6 قوى القصور ومبدأ دالمبرت Inertia forces and D'alembert's principle

افرض جسم جاسىء متحرك كتلته m يتم التأثير عليه بمجموعة قوى F3,F2,F1 شكل (4-6)أ. بتحديد مركز كتلة الجسم G وبإيجاد محصلة هذه القوى $\vec{F}$ .

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

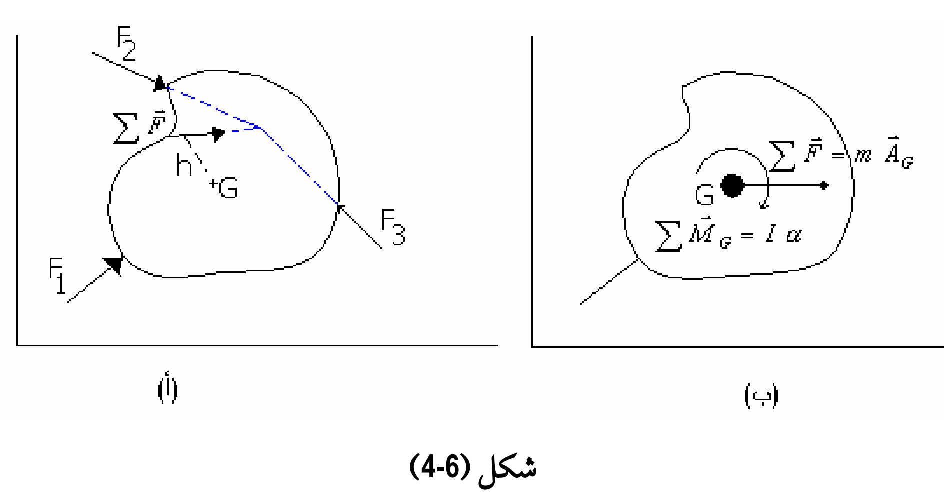
بشكل عام لن تؤثر هذه المحصلة عند G ولكنها ستكون مزاحة عنه بمسافة h.

إن نتيجة هذه القوى هو عجلة خطية ودورانية يمكن إيجادهما بالعلاقتين:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{A}_G$$

$$\sum \vec{M}_G = I\,\alpha$$

حيث $A_G$ هي عجلة المركز G ، $\alpha$ هي العجلة الزاوية للجسم.




**شكل (6-4)**

وبالتالي عند معرفة قيم القوى والعزوم يمكن تحديد قيمة العجلة للجسم. عند تحديد حركة أجزاء الآلة المختلفة المطلوبة بواسطة المصممين، فمن المهم معرفة القوى التي ستعطى هذه الحركة. المسألة تتطلب إتباع الخطوتين التاليتين:

1- التحليل الكينماتيكي لتحديد العجلات الخطية والزاوية للأجزاء المختلفة.

2- تعريف شكل وأبعاد ومادة الأجزاء وذلك لحساب عزم القصور.

يسمى الحد $m A_G$ بقوى العطالة أو قوى القصور، وله نفس خط عمل $A_G$ ولكن إشارة مختلفة (عكسية)؛ بينما يسمى الحد $I\alpha$ بعزم القصور. وتسمى المعادلات المبينة أعلاه بمفهوم دالمبرت .

ويمكن صياغة هذا المبدأ كالتالي «المجموع الاتجاهي لجميع القوى الخارجية المطبقة وقوى القصور المطبقة على الجسم الجاسئ تساوي صفراً». أو «المجموع الاتجاهي لجميع العزوم الخارجية وعزوم القصور المؤثرة على الجسم الجاسئ تساوي صفراً».

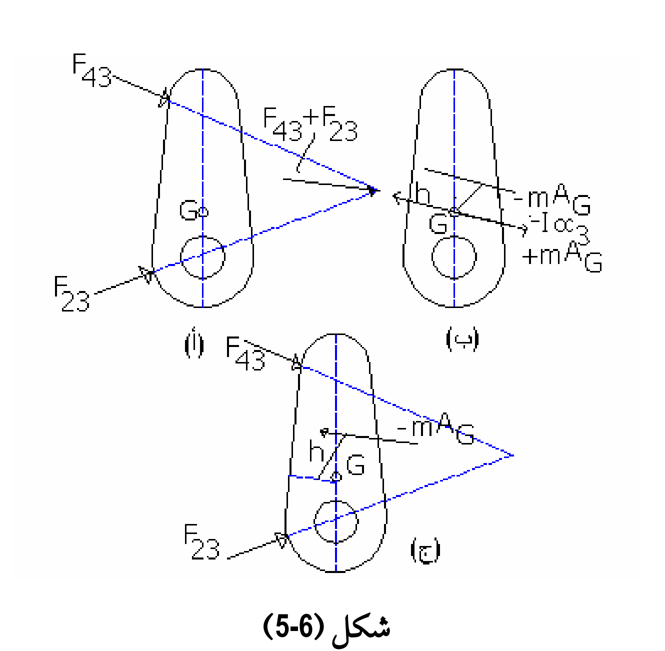
وباستخدام هذا المفهوم يمكن حل المسائل المختلفة باستخدام مضلع القوى.

يوضح الشكل (6-5)أ وصلة يتم التأثير عليها بقوتين خارجيتين؛ $F_{23},F_{43}$. المحصلة ينتج عنها تسارع المركز بمعدل $A_G$ وعجلة زاوية مقدارها $\alpha_3$ لأن محصلة القوى لا تمر بالمركز G.

بالتعويض عن عزوم القصور $I\alpha_3$ كازدواج، كما موضح بالشكل (6-5)ب، والمسافة بين القوتين يمكن تحديدها. يتم اختيار القوتين لتساوي $\pm mA_G$ .

$$h = \frac{I\alpha_3}{mA_G}$$

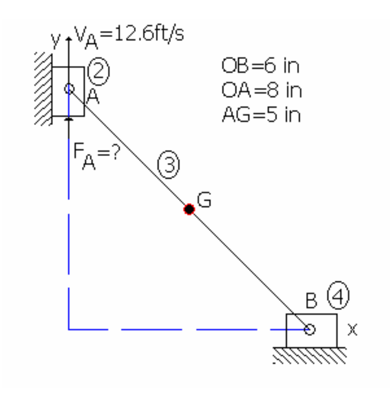
وبسبب هذا الاختيار المحدد للازدواج فإن أحد القوتين ستلغي قوى القصور، كما موضح بالشكل (6-5)، وتتبقى قوة واحدة تتضمن تأثير قوى وعزم القصور.




**شكل (6-5)**

## مثال 6-2

أحسب القوة $F_A$ المطلوبة لإنتاج سرعة $V_A$ للآلية الموضحة في الشكل (6-6). أهمل الاحتكاك وافرض الحركة في مستوى أفقي. $I_3$=0.0479 lb.s$^2$ , $\omega_3$=2.2 lb




**شكل (6-6)**

## الحل:

يتم إيجاد العجلة الخطية كما موضح بالشكل (7-6)أ، وبالتالي نحسب العجلة الزاوية للوصلة 3 من العلاقة:

$$\alpha_3 = \frac{A^t_{B/A}}{R_{B/A}}$$

$$\alpha_3 = \frac{713}{10/12} = 856 \quad rad/s \quad (cw)$$

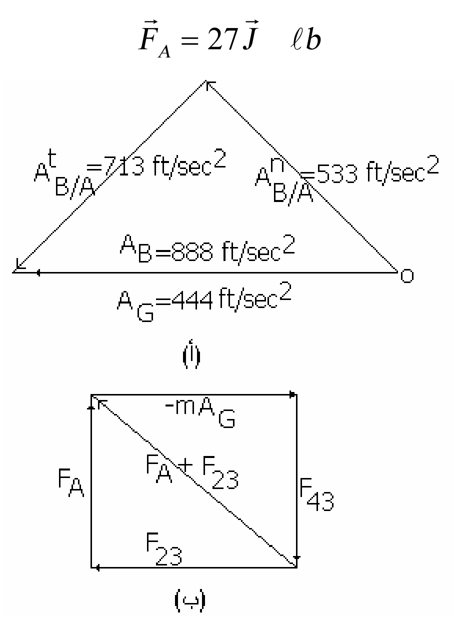
$$m_3 = \frac{w}{g} = \frac{2.20}{386} = 0.0057 \quad lb.s^2/in$$

$$h = \frac{I_{G3}\alpha_3}{m\,A_G}$$

$$\therefore h = \frac{(0.0479)(856)}{(0.0057)(444)(12)} = 1.35 \text{ in}$$

مخطط الجسم الحر ومضلع القوى بالشكل (7-6)ب، مع ملاحظة أن قوة العزوم ($-mA_G$) أزيحت عن المركز G بمقدار h؛ لإنتاج عزم مقداره $-I\alpha_3$ حول G، والقوة $-m\,A_G$ عكس اتجاه $A_G$. رد الفعل عند B يساوي $F_{43}$ ويتجه رأسياً لأسفل بسبب إهمال قوى الاحتكاك. القوى عند A هي $F_A,F_{23}$. وبالتالي يمكن حساب قيمة القوة $F_A$ من مضلع القوى:

$$\vec{F}_A = 27\vec{J} \quad \ell b$$




**شكل (7-6) أ،ب**

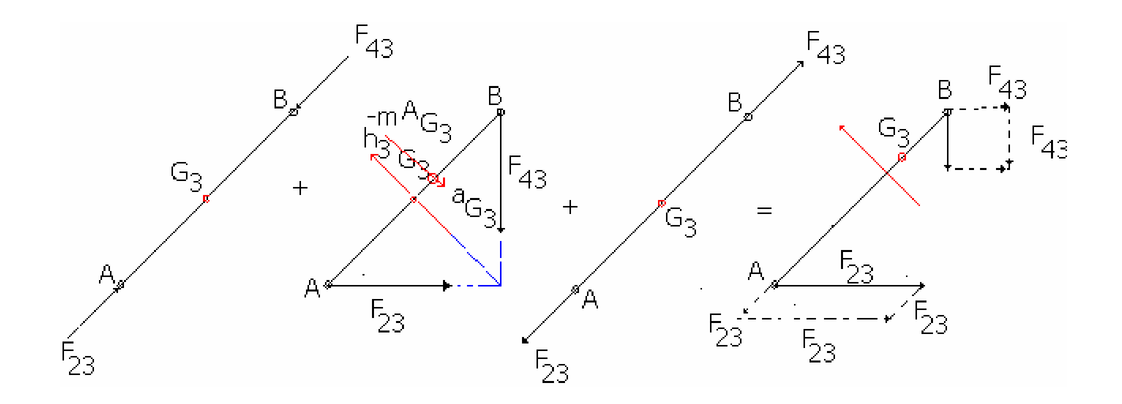
## 4-6 مبدأ التراكب The principle of super position

الخطوة الأولى هي بإجراء التحليل الكينماتيكي للآلية. ويوضح الشكل (7-6) مخطط العجلة للآلية.

وبالتالي يمكن حساب العجلة الزاوية للوصلتين 3، 4 على الشكل التالي:

$$\alpha_3 = 148 \quad rad/s^2 \quad (ccw)$$
$$\alpha_4 = 604 \quad rad/s^2 \quad (cw)$$

المخطط الحر للوصلتين 3، 4 تم توضيحه في الشكلين (8-6)، (9-6).




**شكل (6-9)**

قبل البداية في التحليل من المهم الإشارة إلى أن الشكلين قيمتين لبعضهما، فعلى سبيل المثال $F'_{34}$ في الشكل (6-8) تساوي القوة $F'_{43}$ – في الشكل (6-9).

الخطوة الأولى من الوصلة 4، شكل (6-8)أ ، يمكن إيجاد القيم :

$$I_{G4}\alpha_4 = 0.037\,(604) = 22.3 \quad lb.in$$

$$m_4 a_{G4} = \frac{3.42}{32.2}(349) = 37.1 \quad lb$$

وبالتالي يمكن حساب القيمة $h_4$ من العلاقة :

$$h_4 = \frac{I_{G4}\alpha_4}{m_4\ a_{G4}} = \frac{22.3}{37.1} = 0.602 \ \ in$$

ويتم الآن توضيح القوة $m_4 a_{G4}$ على مخطط الجسم الحر عكس اتجاه العجلة $a_{G4}$ ومزاحة عن المركز $G_4$ بمقدار $h_4$. اتجاه الإزاحة هو المطلوب لإنتاج عزم حول $G_4$ عكس $I_{G4}\alpha_4$ . اتجاه $F'_{34}$ على امتداد الوصلة 3. وبالتالي يمكن إيجاد $F'_{34}$ ، $F'_{14}$ .

باستخدام مخطط الجسم الحر الموضح في الشكل (6-9)ب.

$$I_{G3}\alpha_3 = 0.625\,(148) = 92.5 \quad lb.in$$

$$m_3 a_{G3} = \frac{7.13}{32.2}(758) = 168 \quad lb$$

$$h_3 = \frac{I_{G3}\alpha_3}{m_3\ a_{G3}} = \frac{92.5}{168} = 0.550\ in$$

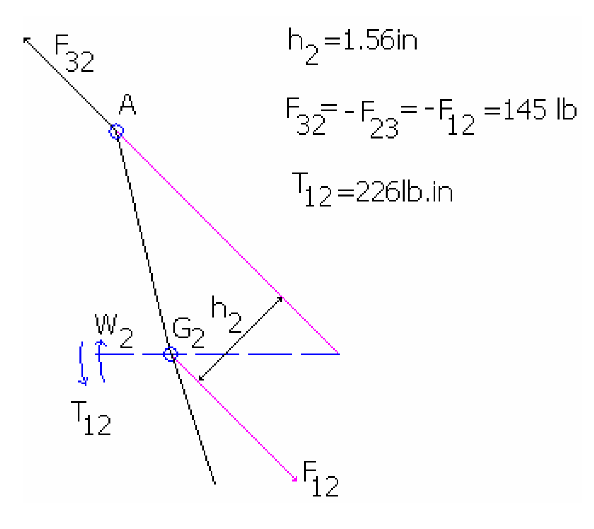
بوضع القوة $-m_3\ a_{G3}$ $[168\ lb]$ على مخطط الجسم الحر عكس اتجاه حركة $a_{G3}$ ومزاحة بمسافة $h_3$ من $G_3$ عكس اتجاه $\alpha_3$. اتجاه $F''_{43}$ على امتداد $B_{O4}$. وبالتالي يمكن حساب $F''_{14}$ ، $F''_{43}$.

وفي المخطط (6-8)ب، أصبحت القوتان $F''_{14}$ ، $F''_{43}$.

الشكلين (6-8)ج ، (6-9)ج يبينان محصلة القوة $F_C$، وبالتالي يمكن حساب القوى $F'''_{14}$ ، $F'''_{43}$.

ويتم الآن حساب محصلة هذه القوى والناتجة بالشكل (6-8)ج.

يوضح الشكل (6-10) مخطط الجسم الحر للوصلة 2.




**شكل (6-10)**

بأخذ محصلة القوة $F_{23}$ الناتجة من التحليل السابق ، وبقياس المساحة $h_2$ يمكن حساب العزم:

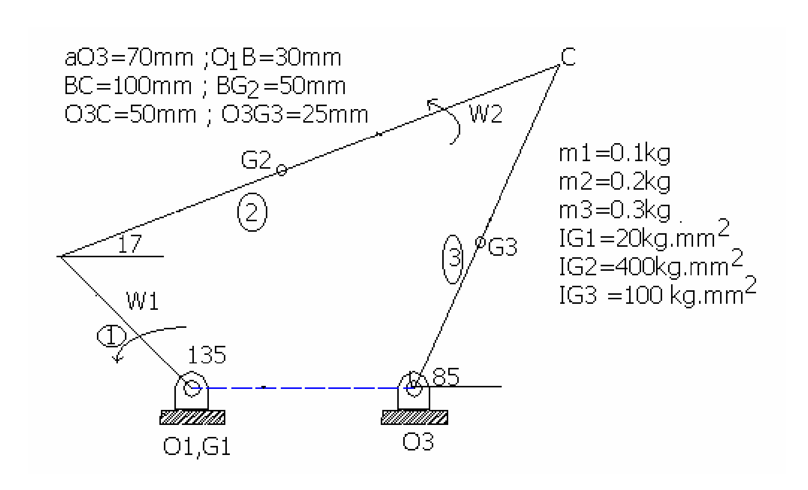
$$T_{12} = h_2 F_{32} = 1.56(145) = 226 \quad ib.in \quad cw$$

**مثال 6-4**

للآلية رباعية القضبان الموضحة في الشكل (6-11)، احسب قيمة العزم T عند الموضع المبين للحصول على الحركة المطلوبة، إذا علمت أن

$$\omega_1 = 95\ {rad}/{s} \quad (ccw), \alpha_1 = 0$$

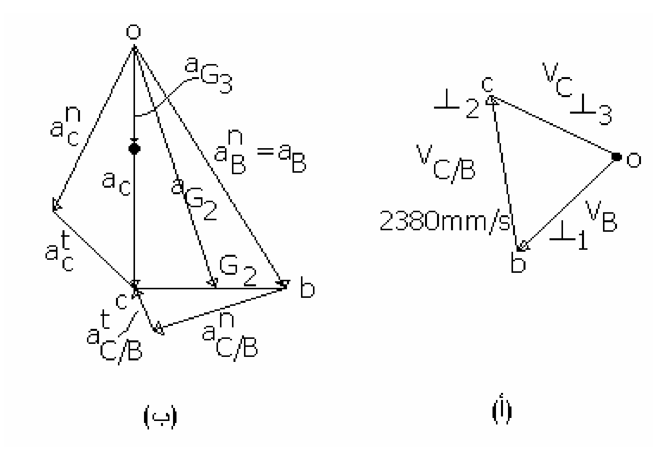
أهمل قوى الاحتكاك وتأثير عجلة الجاذبية الأرضية.




**شكل (6-11)**

**الحل :**

- في هذه المسألة المعطى هو الحركة والمطلوب هو القوى المفصلية والعزم المحرك اللازم. يجب أولاً تعيين قوى القصور وعزم القصور وإضافتها إلى الآلية كقوى خارجية، بعدها يتم متابعة الحل بنفس الخطوات المتبعة في التحليل السكوني. لأجل تعيين قوى القصور يجب القيام أولاً بالتحليل الحركي للآلية (الحل التخطيطي) عن طريق إنشاء مخططات السرعة والعجلة شكل (6-12).




**شكل (6-12)**

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_{C/B}}{BC} = 23.8 \quad rad/s$$

اتجاه $\omega_2$ عكس عقارب الساعة (مع اتجاه السرعة $\vartheta_{C/B}$).

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_C}{O_3C} = 54 \quad rad/s \quad (ccw)$$

$$a_B = 271{,}000 \quad mm/s^2 \quad , \quad a_C^n = 146{,}000 \quad mm/s^2$$

$$a_C^t = 137{,}000 \quad mm/s^2 \quad , \quad a_{C/B}^n = 52{,}000 \quad mm/s^2$$

$$a_{C/B}^n = 557{,}000 \quad mm/s^2 \quad , \quad a_{G2} = 235{,}000 \quad \angle 312^o \; mm/s^2$$

$$\alpha_2 = 520 \quad rad/s^2 \quad (ccw)$$

$$a_{G3} = 100{,}000 \quad \angle 308^o \; mm/s^2$$

$$\alpha_3 = 520 \quad rad/s^2 \quad (cw)$$

- الخطوة الثانية هي حساب قوى القصور

$$\vec{F}_{i1} = -m_1 \vec{a}_{G1} = -m_1(0) = 0$$

$$\vec{C}_{i1} = -I_{G1}\vec{\alpha}_1 = -I_{G1}(0) = 0$$

للحد الثاني:

$$\vec{F}_{i2} = -m_2 \vec{a}_{G2} = 47,000 \angle 132^o \quad kg.mm/s^2$$

$$\vec{F}_{i2} = 47 \angle 132^o \quad N$$

$$\vec{C}_{i2} = -I_{G2} \vec{\alpha}_2 = 208 \quad N.m \quad cw$$

للحد الثالث:

$$\vec{F}_{i3} = -m_3 \vec{a}_{G3} = 30 \quad \angle 132^o \quad N$$

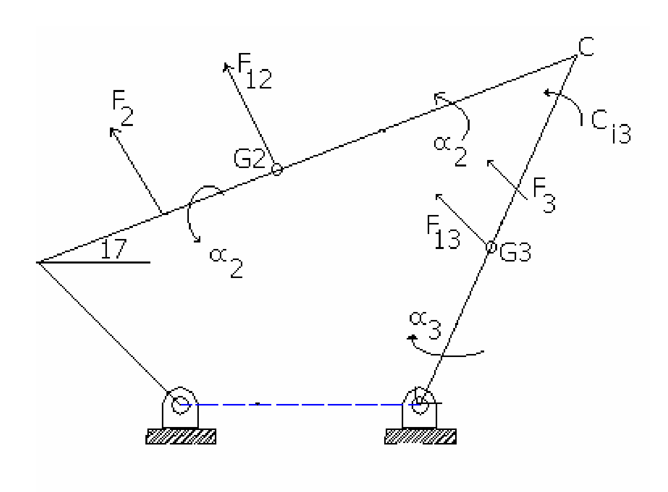
$$\vec{C}_{i3} = -I_{G3} \vec{\alpha}_3 = 274 \quad N.mm \quad cw$$

- يتم رسم القوى والعزوم على الآلية (شكل (13-6)).
- يتم تحويل القوى ومزدوجاتها إلى قوة وحيدة.

$$d = \frac{|\vec{C}_i|}{|F_i|}$$

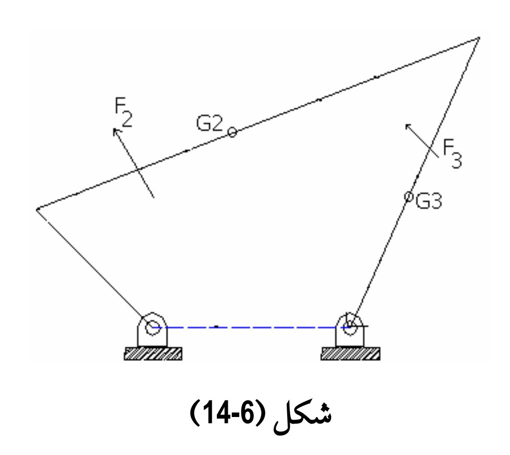
$$d_2 = 4.43 \; mm$$

$$d_3 = 9.13 \; mm$$




**شكل (13-6)**

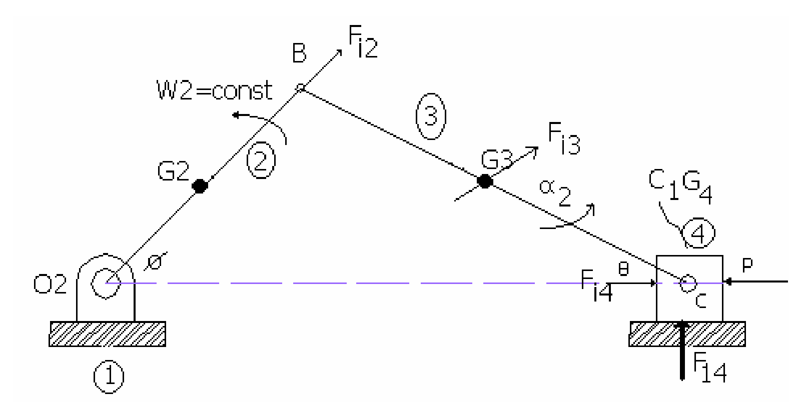
- تزاح القوة $F_3$ بحيث تولد عزماً حول $G_3$ يعاكس $\alpha_3$ ( أي تزاح نحو اليمين بمقدار $d_3$) ، وكذلك القوة $F_2$.
- يتم رسم الآلية وعليها القوى $F_3$،$F_2$ كقوى خارجية، وباستخدام مبدأ التراكب تحليل الآلية ويتم إيجاد العزم T. (شكل (6-14)).




**شكل (6-14)**

## مثال 6-5

لآلية المرفق – المزلق الموضحة في الشكل (6-15)، إذا كانت قيمة القوة P المسلطة معلومة، أوجد T.




**شكل (6-15)**

**الحل:**

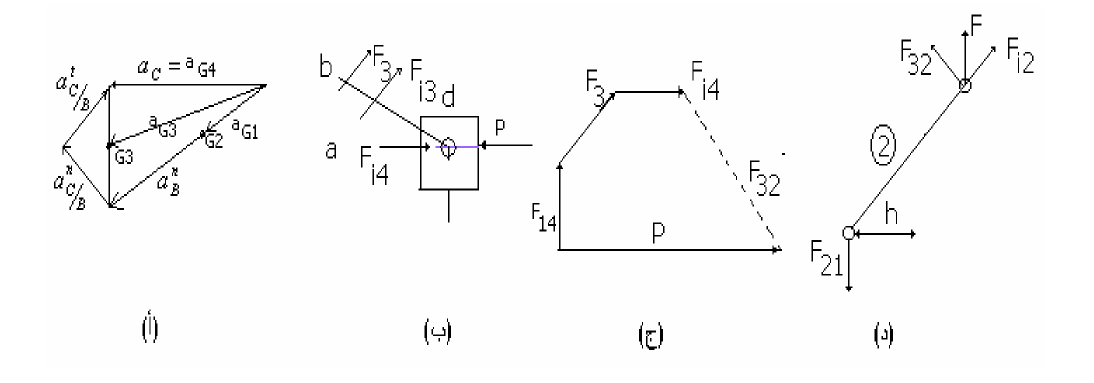
يوضح الشكل (16-6) مخطط العجلات وتحليل القوى المختلفة لوصلات الآلية وصولاً لتحديد قيمة العزم.

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,t}_{C/B}$$
$$\vec{a}_B = \vec{a}^{\,n}_B$$

أوجد

$$\vec{F}_{i2}\ ,\ \vec{F}_{i3}\ ,\ \vec{F}_{i4}$$
$$\vec{C}_{i2} = 0\ ,\ \vec{C}_{i3}\ ,\ \vec{C}_{i4} = 0$$

$$\alpha = \frac{a^{n}_{C/B}}{BC}$$
$$\vec{F}_{i2} = -m_2 \vec{a}_{G2}$$
$$\sum T_b = F_{3b} + F_{i4} d - Pd + F_{i4} a = 0$$
$$T_1 = F\ h \quad ccw$$



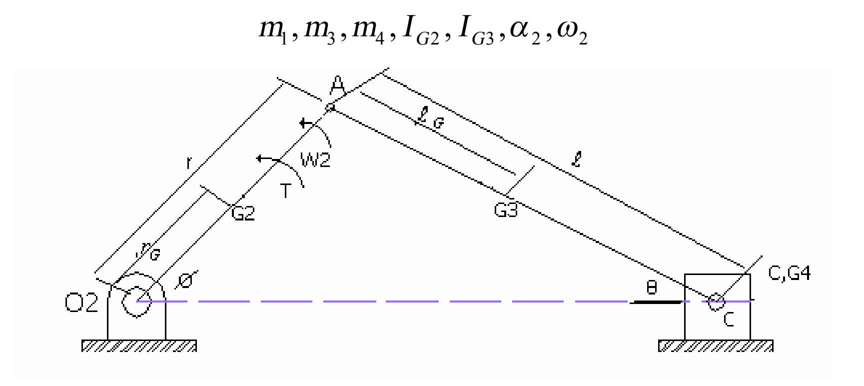

**شكل (16-6)**

## 5-6 التحليل الرياضي للآلية المرفق- المزلق
## Analytical analysis of slider-crank mechanism

### مثال 6-6

**المعطيات:** آلية مرفق منزلق، شكل (6-17).

$$m_1, m_3, m_4, I_{G2}, I_{G3}, \alpha_2, \omega_2$$

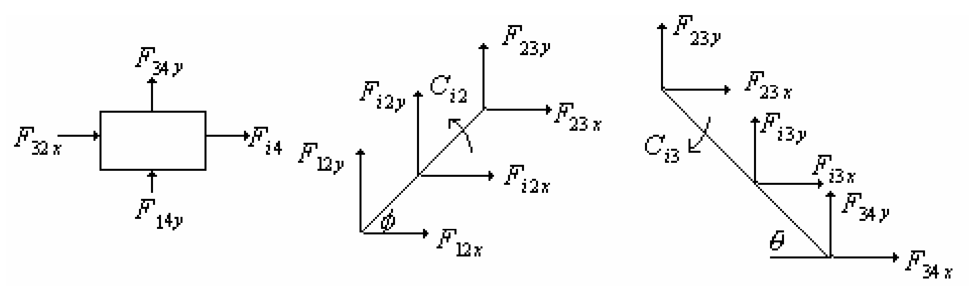



**شكل (6-17)**

**المطلوب:** القوى المفصلية، العزم T.

**الحل:**

يتم أولاً التحليل الحركي للآلية لأجل تعيين قوى ومزدوجات القصور في الحدود المتحركة للآلية، بعدها يتم التحليل الديناميكي للآلية. ويوضح الشكل (6-18) حدود الآلية والقوى المؤثرة عليها.




**شكل (6-18)**

$$\vec{C}_{i2} = -I_{G2}\vec{\alpha}_2$$
$$\vec{F}_{i2x} = -m_2\vec{a}_{G2x}$$
$$\vec{F}_{i2y} = -m_2\vec{a}_{G2y}$$

بإسقاط القوى المؤثرة على محوري x ، y

$$\vec{F}_{34x} + \vec{F}_{i4} = 0$$
$$\vec{F}_{34y} + \vec{F}_{i4} = 0$$

$$F_{43x}\ell\sin\theta + F_{43y}\ell\cos\theta + F_{i3x}\ell_G\sin\theta + F_{i3y}\ell_G\cos\theta + C_{i3} = 0$$
$$F_{12x} + F_{32x} + F_{i2x} = 0$$
$$F_{12y} + F_{32y} + F_{i2y} = 0$$
$$T - F_{32x}r\sin\phi + F_{32y}r\cos\phi - F_{i2x}r_G\sin\phi + F_{i2y}r_G\cos\phi + C_{i2} = 0$$

## 6-6 الأنظمة الميكانيكية المكافئة Equivalent Mechanical System

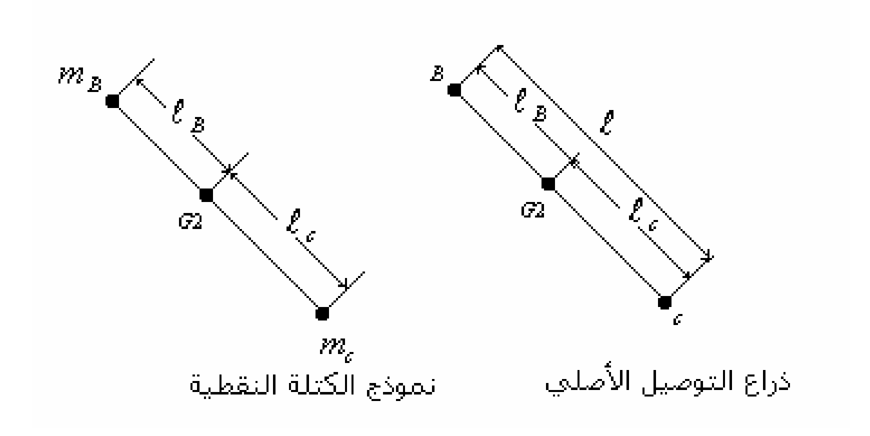
من خلال الدراسات الميكانيكية للأجسام الصلبة يمكن القول، و بشكل عام؛ أن تسارع الأجسام يتوقف على:

- كتلة الجسم - موضع مركز الكتلة - عزم القصور.

ومن أجل تبسيط عملية التحليل الديناميكي في الآليات يتم استبدال حد ما في الآلية بجملة من الكتل النقطية الموزعة على مسافات معينة و تتصل بعضها بشكل صلب، و تتحرك هذه الجملة بنفس تسارعات الجسم الأصلي إذا طبقت عليها نفس القوى.

ويسمى هذا النموذج «جملة مكافئة ديناميكية» وأبسط شكل ممكن تكوينه هو كتلتين يصل بينهما قضيب صلب مهمل الكتلة (شكل(6-19)) و يقال أن الجملتين متكافئتين ديناميكياً إذا تحققت الشروط التالية:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ m_B\ell_B = m_c\ell_c \\ \bullet\ m_B + m_c = m_2 \\ \bullet\ m_B\ell_B^2 + m_c\ell_c^2 = I_{G2} \end{array}\right\}$$




**شكل (6-19)**

أي أنه يجب أن تتحقق الشروط التالية :

- يجب أن تحافظ مراكز الكتلة على نفس الموضع $G_2$ .
- مجموع الكتل يبقى متساوياً في الحالتين.
- عزم القصور متساو في الحالتين.

# 7

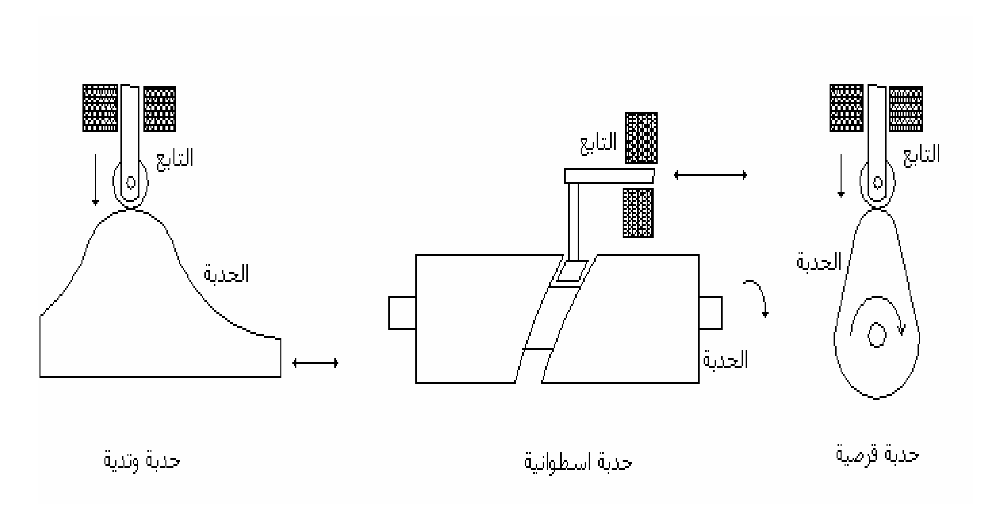
# الفصل السابع

## الحدبات Cams

تعتبر الحدبات من العناصر المهمة في الآليات المختلفة، وتتميز بتوفيرها لحركة غير عادية من الصعب الحصول عليها عن طريق الوصلات الأخرى. ويمكن تعريف الحدبة بأنها وصلة لها سطح غير منتظم أو مجرى وتقوم بنقل الحركة لتابع ينزلق أو يتدحرج على سطح الحدبة. أبسط شكل لآلية الحدبة تتكون من الحدبة والتابع والقاعدة.

### 1-7 أنواع الحدبات Cam types

توجد عدة أنواع للحدبات، ويوضح الشكل (7-1) أهم هذه الأنواع:



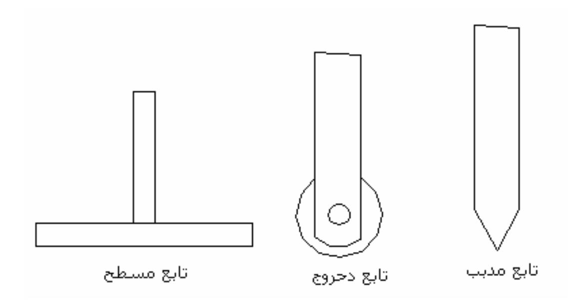

**شكل (7-1)**

يكون تثبيت التابع عادة بواسطة عجلة الجاذبية الأرضية، أو باستخدام نوابض.

سيتم التركيز على الحدبة القرصية / أسباب منها: كونها الأكثر استخداماً، كما يمكن توضيح نظرية الحدبات بشكل أفضل وبالتالي يمكن فهمهم باقي الحدبات.

## 2-7 أنواع التوابع ومساراتها Form and path of followers

توجد عدة أشكال للتوابع؛ أهمها التابع المدبب knife edge، والتابع الدحروج roller follower، والتابع المسطح Flat follower ، شكل (7-2).



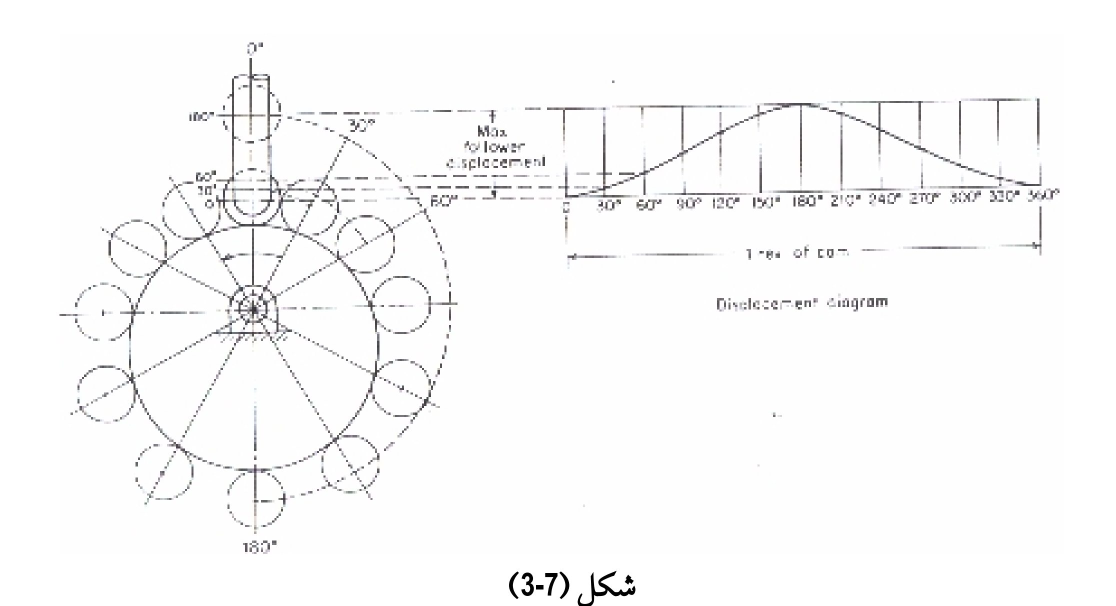

**شكل (7-2)**

لكل نوع من هذه الأنواع مزاياه، فعلى سبيل المثال التابع المدبب له القدرة على تتبع مسارات له القدرة على تتبع مسارات الحدبة الدقيقة.

بالنسبة لمسار التابع فقد يكون على نفس مركز دوران الحدبة In-line، أو يكون مزاحاً عن المركز.

## 3-7 رسم مخططات إزاحة التابع من شكل الحدبة
## Drawing Displacement Diagram from cam profile□

كما تم الإشارة له في فصل سابق، فإن مخطط الإزاحة هو علاقة بين الزمن والإزاحة، وعادة يمثل الزمن كدورة كاملة. إن مخطط إزاحة التابع يوضح العلاقة بين إزاحة التابع ودوران الحدبة. ويمكن عن طريق مخطط الإزاحة رسم الحدبة كما موضح بالشكل (7-3).




**شكل (7-3)**

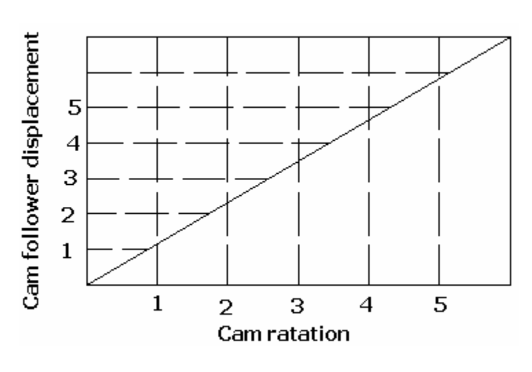
يتم تقسيم دائرة الأساس كل 30° وبنقل الإزاحات من مخطط الإزاحة يتم الحصول على شكل الحدبة.

## 7-4 حركات التابع Motions used for cam followers

عند تصميم الحدبات يتم أولاً تحديد شكل حركة التابع ومن ثمّ الحصول على شكل الحدبة. يمكن للمصمم الحصول على عدد لانهائي من حركات التابع. سيتم هنا إيضاح أهم الحركات التي يمكن الحصول عليها.

### 7-4-1 الحركة بسرعة منتظمة Uniform velocity motion

وتسمى بحركة الخط المستقيم Straight line motion، عند الحركة بسرعة منتظمة فإن الإزاحة ستكون متساوية لكل وحدة زمنية. ويوضح الشكل (7-4) مخطط الإزاحة في حالة السرعة الثابتة. من النادر استخدام هذه الحركة فقط لأن قيمة العجلة في بدايتها ونهايتها ستكون، نظرياً، مساوية ما لانهاية.



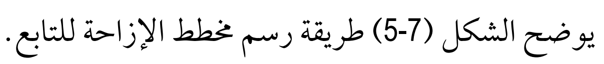

شكل (7-4)

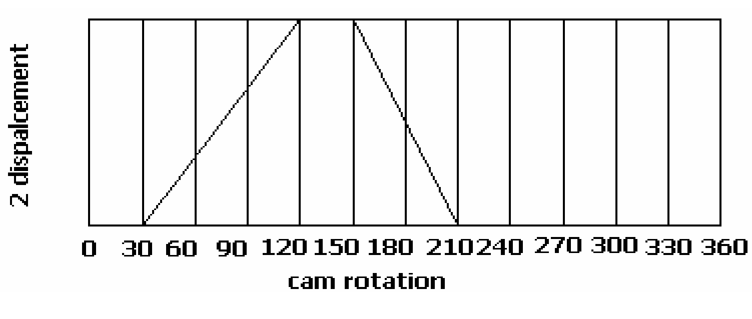
## مثال 7-1

ارسم مخطط الإزاحة لتابع، إذا علمت أن حركة التابع كالتالي:

| الفترة | الحركة |
|---|---|
| 30° - 0° | سكون |
| 120° - 30° | صعود 2 أنش |
| 150° - 120° | سكون |
| 210° - 150° | هبوط 2 أنش |
| 360° - 210° | سكون |

## الحل:


يوضح الشكل (7-5) طريقة رسم مخطط الإزاحة للتابع.

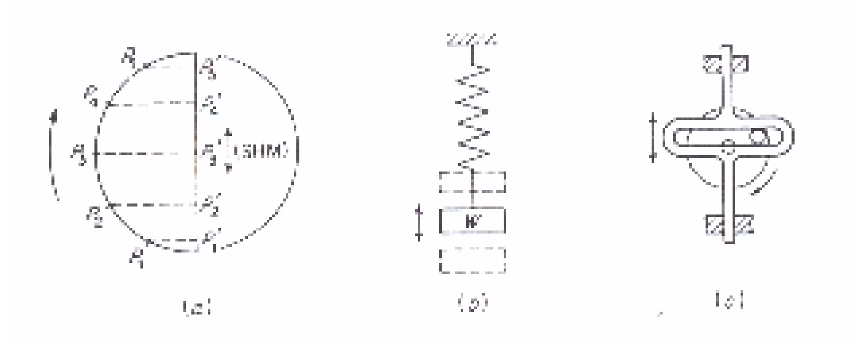



شكل (7-5)

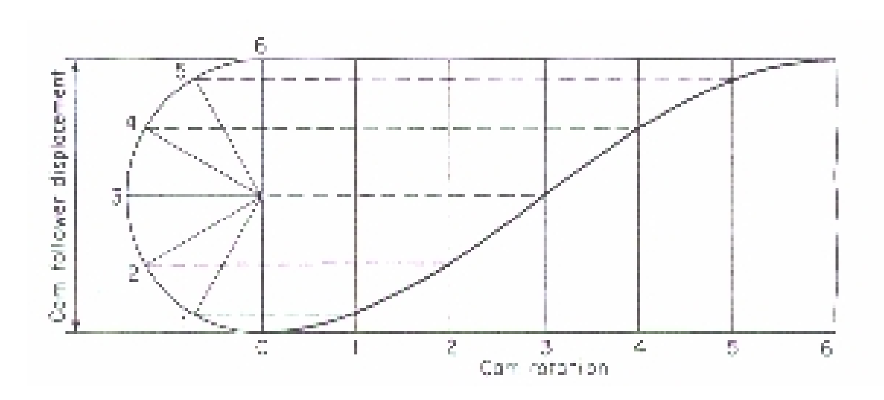
### 2-4-7 الحركة التوافقية البسيطة Simple harmonic motion

عند حركة نقطة على محيط دائرة بسرعة ثابتة، فإن إسقاط هذه النقطة على محور الدائرة يعطي حركة توافقية بسيطة.

ويوضح الشكل (7-6) هذه الحركة. بينما يوضح الشكل (7-7) كيفية إنشاء مخطط الإزاحة للتابع لهذه الحركة. يتم تقسيم إزاحة التابع إلى عدد من الأقسام يساوي عدد أقسام دوران الحدبة؛ وبإسقاط النقاط 1، 2، ...... على حركة الحدبة يمكن الحصول على مخطط الإزاحة والحدبة.



شكل (7-6)




شكل (7-7)

**مثال 7-2**

ارسم مخطط إزاحة التابع، إذا علمت أن حركة التابع على النحو التالي:

صعود 2 انش في 120°

سكون 30°

هبوط 1 انش في 90°

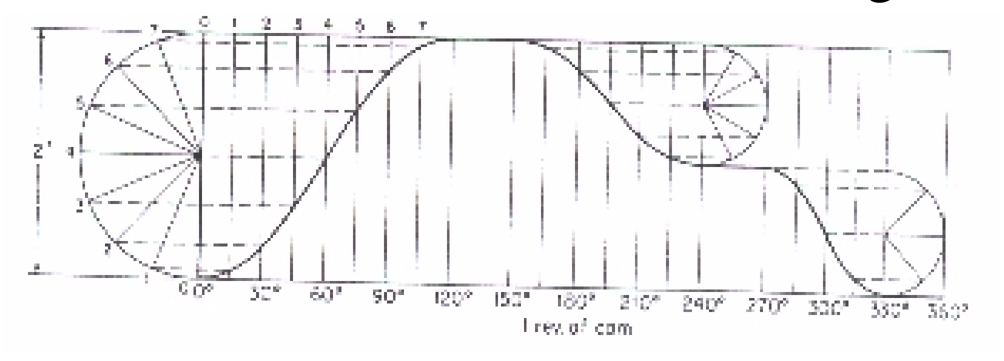
سكون 30°

هبوط 1 انش في 60°

سكون 30°

**الحل:**

يوضح الشكل (7-8) حل المثال 7-2.

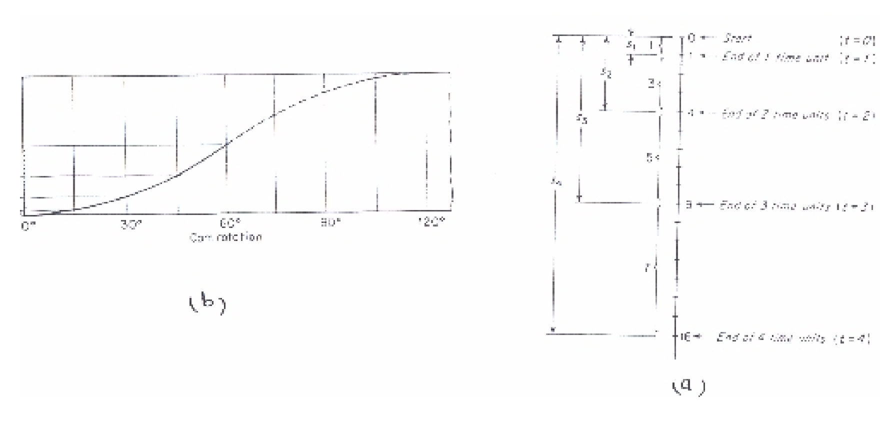



**شكل (7-8)**

### 7-4-3 الحركة بعجلة منتظمة Uniformly accelerated motion

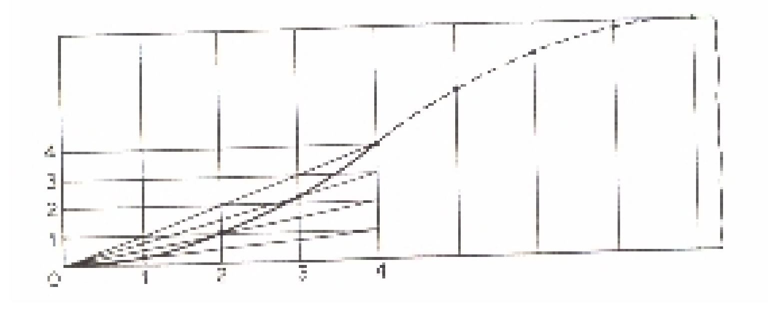
وتسمى هذه الحركة بحركة القطع لأنها تأخذ شكل القطع الناقص، حيث أن معادلة الحركة $S = at^2/2$؛ وتتناسب الإزاحة مع مربع الزمن. يوضح الشكل (7-9)أ تغير الإزاحة مع الزمن.

لإنشاء مخطط الحركة يتم رسم خط وتقسيمه إلى عدد من الأقسام المتساوية وتحديد النقاط أرقام 1، 4، 9، 16 وتقسيم المحور الأفقي إلى نفس العدد من الأقسام، وبإسقاط النقاط 1، 4، 9، 16 على الخطوط الرأسية المنشأة وبإيصال نقاط التقاطع يتم الحصول على الحركة المطلوبة، شكل (7-9)ب.




**شكل (7-9)**

يوضح الشكل (7-10) طريقة أخرى لرسم مخطط الإزاحة عند الحركة بعجلة منتظمة. يتم تقسيم نصف الحركة إلى الأقسام متساوية 3، 2، 1،...... كما تقسم حركة دوران الحدبة إلى نفس العدد من الأقسام، ومن النقطة o يتم إسقاط الخطوط الشعاعية لتلتقي مع إسقاطات النقاط الرأسية وبإيصال هذه النقاط يتم الحصول على الحركة المطلوبة.




**شكل (7-10)**

### مثال 7-3

ارسم مخطط إزاحة للتابع، الذي يأخذ الحركات التالية:

صعود 2 انش في °120 بحركة تعجيل منتظم

سكون °30

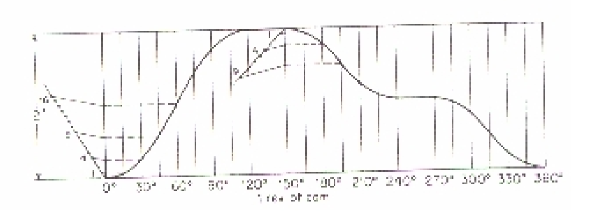
هبوط 1 انش في °90 بتعجيل منتظم

سكون °30

هبوط 1 انش في °90 بتعجيل منتظم

**الحل:**

يوضح الشكل (7-11) حل المثال 7-3.




**شكل (7-11)**

### 7-4-4 حركة السرعة المنتظمة المعدلة Modified uniform velocity motion

كما تمت الإشارة إليه في السابق، فمن النادر استخدام السرعة المنتظمة فقط بسبب الحركة المفاجئة في البداية والنهاية مما يعني عجلة لانهائية.

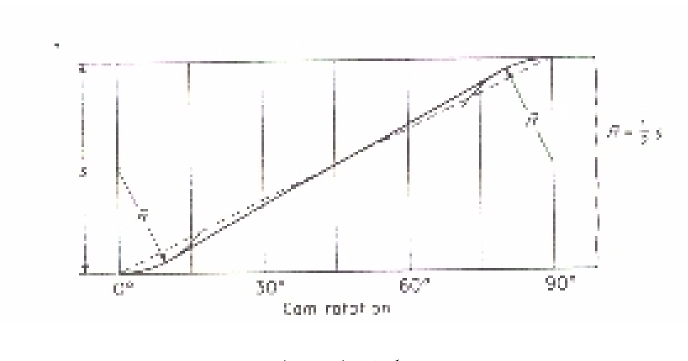
تعدّل هذه الحركة عن طريق إضافة قوس في بداية ونهاية السرعة.

توجد طريقتان لتعديل هذه الحركة، سيتم عرضهما باختصار.

- **طريقة القوس arc method.**

وتتم برسم قوس نصف قطره R يساوي عادة نصف الإزاحة الكلية. يرسم القوس أولاً بطول غير محدد في بداية ونهاية الحركة ومن ثم يرسم مماس للقوسين، كما موضح بالشكل

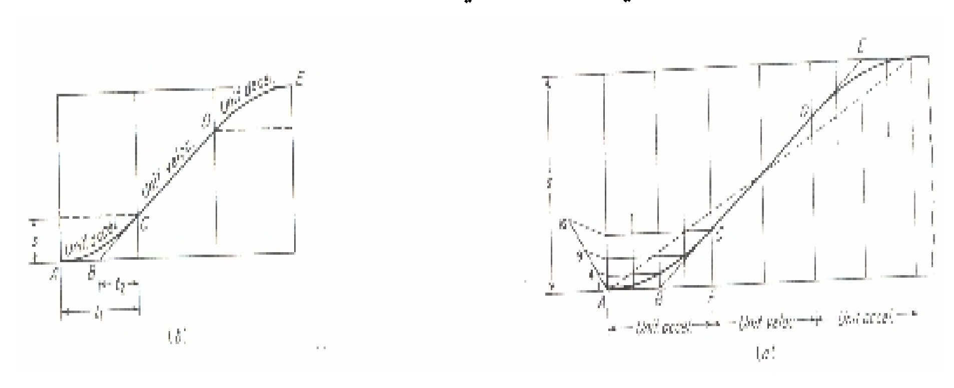
(12-7). ويلاحظ أن المماس المرسوم يميل بزاوية أكبر من خط السرعة المنتظمة (المرسوم بخط متقطع)؛ أي أن متوسط السرعة الثابتة قد ارتفع؛ إلا أن التابع يبدأ وينهي حركته بشكل تدريجي.




**شكل (12-7)**

- **طريقة العجلة المنتظمة Uniform acceleration method**

وتتضمن هذه الطريقة إدخال مرحلة بسيطة من تعجيل منتظم، سواء كانت عجلة تزايدية أو تناقصية، في بداية ونهاية السرعة المنتظمة. ويوضح الشكل (13-7)أ هذه الطريقة. الخطوة الأولى هي تحديد نسبة حركة العجلة المنتظمة إلى كامل الحركة، عن طريق رسم الخط BE؛ حيث النقطتين E،B تقعان في منتصف فترتي العجلة التزايدية والتناقصية.



**شكل (13-7)**

الخط BE يحدد النقطتين C و D اللتان تحددان قيمة الإزاحة التي تتحركها الحدبة بعجلة منتظمة. وبالتالي يمكن رسم خط السرعة الثابتة والذي سيكون مماساً لحركة التعجيل المنتظم.

ولإثبات أن الخط المرسوم عند نقاط المنتصف للعجلة يعطي المماس الصحيح لمنحنى العجلة التزايدية والتناقصية أفرض النقطتين A،B في الشكل (7-13)ب حيث النقطة A تقع عند o وتزداد حركتها بتعجيل منتظم حتى تصل إلى النقطة C، ومن ثمّ تكون الحركة بسرعة منتظمة. أفرض أن النقطة Bتتحرك بسرعة ثابتة حتى الوصول إلى النقطة C. وبافتراض أن النقطتين A،B ستتحركان بنفس السرعة عند C فبالتالي فإن النقطة A تحتاج لضعف الزمن للوصول للنقطة C عن ذلك الزمن الذي تحتاجه النقطة A.

للنقطة A:

$$S = {at_1^2}/{2}$$

وسرعة النقطة A عند وصولها إلى النقطة C:

$$V = at_1^2$$

للنقطة B: $S = Vt_2$

وحيث أن النقطتين A،B تتحركان نفس المسافة S.

$$at_1^2/2 = Vt_2$$

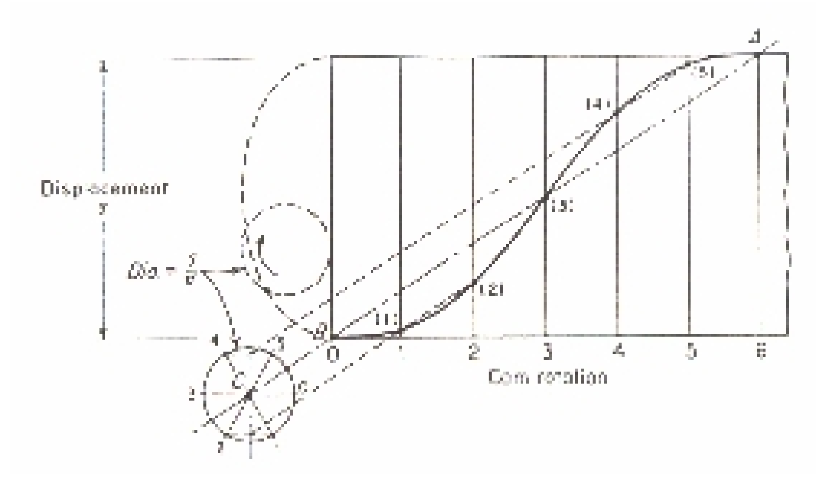
وحيث أن سرعة النقطتين ستكون متساوية عند النقطة C

$$at_1^2/2 = (at_1)t_2$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{2}t_1$$

## 7-4-5 الحركة الدويرية Cyclodial motion

عند تدحرج دائرة على امتداد خط مستقيم بدون انزلاق، فإن نقطة على محيطها سترسم منحنى يطلق عليه «المنحني الدويري»، ويوضح الشكل (7-14) هذه الحركة. لإنشاء مخطط الإزاحة يرسم الخط AB ويمدد حتى النقطة C. ترسم دائرة عند النقطة C بمحيط يساوى قيمة الإزاحة S، أي بنصف قطر S/π. وتقسم هذه الدائرة إلى عدد من الأجزاء يساوي عدد الأجزاء المقسمة على المحور الأفقي وتسقط النقاط على محيط الدائرة على قطرها ومن ثم ترسم موازية للخط AB إلى النقاط على المحور الأفقي المكافئة لها (في مخطط الإزاحة)، كما بالشكل (7-14).

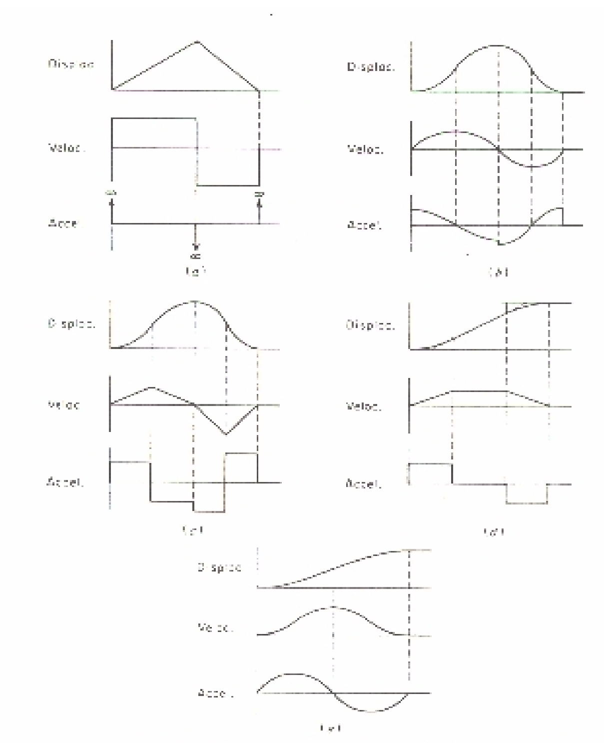



**شكل (7-14)**

## 7-5 مقارنة مخططات حركة التابع Comparison of cam-follower motions

لا يمكن تحديد الحركة الأفضل لجميع التوابع، فهناك عدة عوامل تؤثر على اختيار حركة التابع مثل حجم الحدبة، سرعة الدوران، نوع المادة المستخدمة في التصنيع، والتكلفة، الاهتزازات والضوضاء المسموح بها وغيرها من العوامل.

يوضح الشكل (7-15) مخططات الحركة للحركات المختلفة التي تم شرحها سابقاً؛ فعلى سبيل المثال يوضح الشكل (7-15)أ سبب عدم اختيار السرعة المنتظمة وخاصة عند السرعات العالية بسبب الحاجة إلى عجلة لانهائية.



Comparison of motions. (a) Uniform-velocity. (b) Simple harmonic motion. (c) Uniform-acceleration (parabolic). (d) Modified uniform velocity. (e) Cycloidal.

**شكل (7-15)**

## 7-6 إنشاء شكل الحدبة Construction of the com profile

بعد أن يتم تحديد حركة التابع المطلوبة عن طريق مخطط حركة التابع، فمن الضروري رسم شكل الحدبة التي تعطي هذه الحركة. إن شكل الحدبة يعتمد على حجم، وشكل، وموضع التابع. وسيتم توضيح طريقة رسم شكل الحدبة عن طريق المثال التالي.

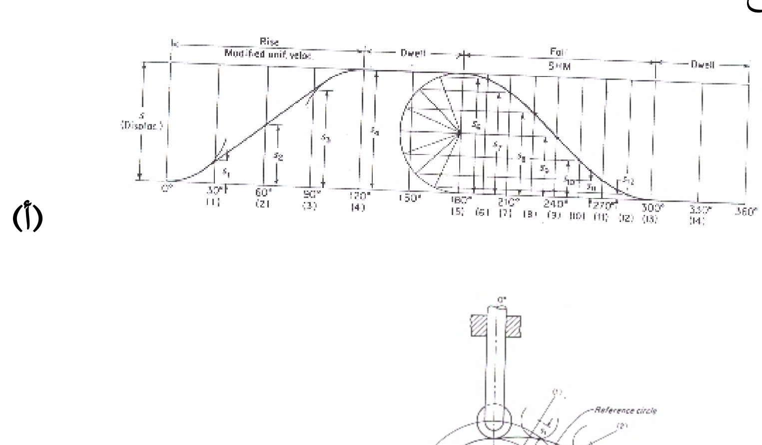
### مثال 7-4

يوضح الشكل (7-16)أ مخطط إزاحة تابع. إذا عملت أن التابع يقع على نفس الخط مع محور الحدبة، فارسم شكل الحدبة الذي يعطي الحركة الموضحة.

## الحل:

يتم رسم شكل الحدبة بإتباع الخطوات التالية، شكل (16-7)ب:

- ارسم دائرة الأساس.
- ارسم التابع عند نقطة الصفر، مماساً لدائرة الأساس.
- ارسم دائرة المرجع خلال مركز التابع في موضعه الصفري.
- ارسم خطوطاً قطرية من مركز الحدبة، تبعاً للخطوط الرئيسية الرأسية في مخطط التابع.
- انقل الإزاحات $S_2,S_1$... من مخطط الإزاحة إلى الخط القطري المناسب، ابدأ القياس من دائرة المرجع.




(أ)

(ب)

**شكل (16-7)**

- ارسم شكل التابع على المواضع المختلفة للخطوط القطرية.
- ارسم منحنى مماس لمنحنيات التابع التي رسمتها.

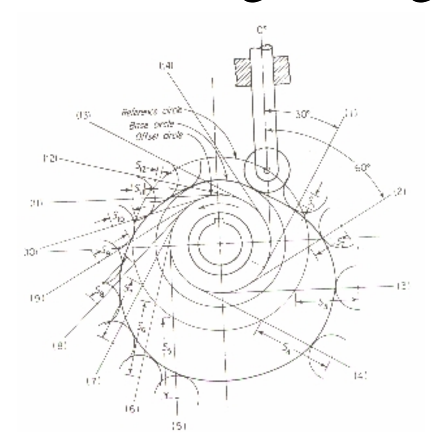
### مثال 7-5

يوضح الشكل (7-16)أ مخطط الحركة التابع. إذا عملت أن التابع لا يقع على نفس مركز الحدبة offset follower ارسم شكل الحدبة الذي يعطي هذه الحركة.

### الحل:

يوضح الشكل (7-17) طريقة رسم شكل الحدبة، وذلك حسب الخطوات التالية:

- ارسم دائرة الأساس.
- ارسم التابع عند الموضع الصفري، مماساً لدائرة الأساس.
- ارسم دائرة المرجعية خلال مركز التابع في موضعه الصفري.
- ارسم دائرة الإزاحة offset circle مماسة لخط مركز التابع.
- ارسم دائرة الإزاحة إلى عدد من الأقسام يكافئ التقسيمات في مخطط الإزاحة ورقمها حسب ذلك الترقيم.
- ارسم مماسات لدائرة الإزاحة عند كل تقسيم.
- انقل الإزاحات $S_1, S_2$... من مخطط الإزاحة إلى الخط القطري المناسبة، ابدأ القياس من دائرة المرجع.
- ارسم الشكل الأساسي للتابع على الخطوط المماسة.
- ارسم منحنى مماساً للتابع عند كل موضع.



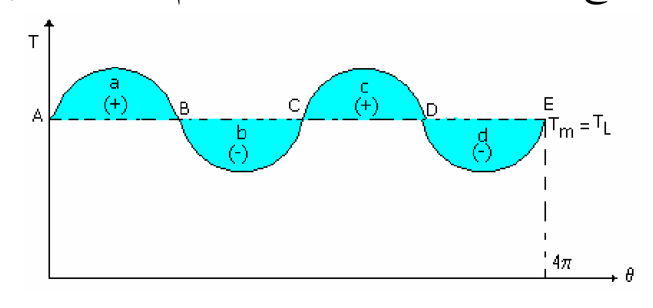

**شكل (7-17)**

# 8

# الفصل الثامن

## الدولاب المعدل Fly wheel

تبين الدراسة الديناميكية لآلية ما تحت تأثير القوى الخارجية وقوى القصور أن العزم المنتقل إلى العمود الدوار (الدوران) يتغير بتغير الأوضاع النسبية للوصلات، وبتغير قيمة القوة الخارجية المؤثرة من جهة أخرى؛ ويمثل قيمة العزم بعمود الدوران وينقل العزوم المذكورة. ويسمى المخطط الناتج خلال دورة كاملة للآلية بمخطط عزم الدوران، شكل (8-1).




**شكل (8-1)**

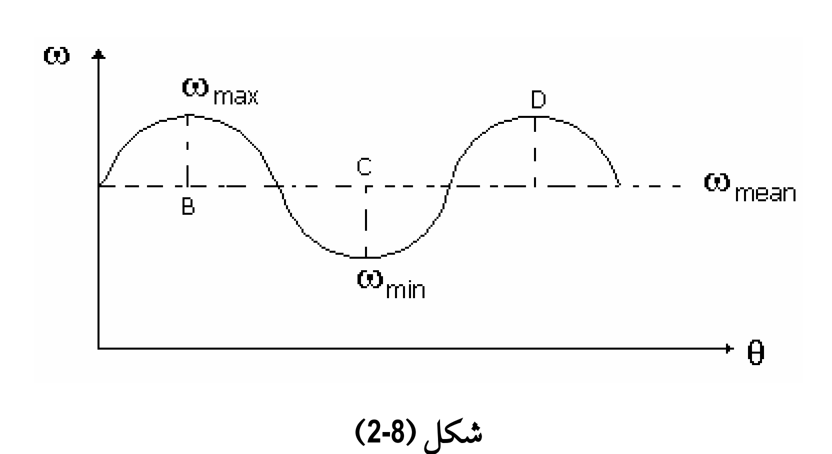
العزم المتوسط $T_m$ (mean torque) ينتج من حاصل قسمة مجموع المساحات المحصورة بين المنحنى T والمحور θ للمجال الكلي لزاوية المرفق، ويمثل مجموع تلك المساحات العزم المنجز بواسطة عمود المرفق خلال دورة كاملة.

إذا كان عزم الدوران المقاوم المؤثر على عمود المرفق ثابت، فإن مقداره يجب أن يساوي العزم المتوسط $T_2=T_m$.

في المجال بين A،B يكون عزم الدوران للآلة أكبر من العزم المقاوم ولذلك يتسارع دوران العمود المرفقي، حيث أن المساحة a تمثل العمل الفائض خلال تلك الفترة، وبالتالي يرمز لها بإشارة موجبة، بينما في المجال من B إلى C يكون العزم الناتج عن الآلية أقل من العزم

المقاوم ولذلك يتباطأ دوران العمود المرفقي حيث تمثل المساحة b النقص في الطاقة اللازمة خلال تلك الفترة وتعطى إشارة سالبة. مجموع المساحات الموجبة والسالبة يساوي صفراً.

عند نقاط التقاطع B،A يكون عزم دوران الآلة مساوياً لعزم الدوران المطلوب، وبالتالي لا يوجد أي تسارع أو تباطؤ لدوران المرفق وتكون السرعة العظمى أو الصغرى في تلك النقاط. يوضح الشكل (8-2) مخطط السرعة للمرفق.




**شكل (8-2)**

إن الطاقة الحركية العظمى للمحرك تؤدي إلى حدوث أكبر سرعة دورانية للمرفق، بينما الطاقة الحركية الصغرى للمحرك تؤدي إلى حدوث أصغر سرعة دورانية لعمود المرفق وهذا ينتج عن قانون الطاقة الحركية.

حيث:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$
$$or \quad \omega = \left(\frac{2E}{I}\right)^{1/2}$$

والمطلوب الحصول على سرعة زاوية ω ثابتة.

من المعادلة السابقة يمكن استنتاج أنه من أجل تخفيف تراوح السرعة والحصول على

سرعة زاوية ثابتة تقريباً للمرفق فإنه يجب زيادة قيمة I من خلال تغيير الكتل وتوزيعها في الآلية، وذلك عن طريق تركيب دولاب معدّل، والذي يضيف قيمة ثابتة إلى عزم القصور في الآلية. وتوضح من هذه العلاقة أنه عند زيادة قيمة I فإن تغييرات الطاقة الحركية E لن تسبب تراوحاً كبيراً لقيمة ω، وبعد تركيب الدولاب المعدّل تصبح تغييرات العزم T قليلة وقيمته ثابتة تقريباً وتساوي العزم المتوسط $T_{av}$.

يتضح من الشكل (8-1) أن العزم في نفس اتجاه حركة المرفق في بعض الحالات، ويمكن أن يكون عكسه في حالات أخرى. وبالتالي فإن افتراض ثبات سرعة المرفق أمر غير ممكن بسبب تغير قيمة العزم والتي ينتج عنها تغير في قيمة السرعة، شكل (8-2). إن تثبيت دولاب معدّل بقيمة عزم قصور صغيرة ستخفض التغير في قيمة السرعة إلى رقم يمكن إهماله (حوالي 1 إلى 2٪ من سرعة المرفق).

يبين المثال (5-4) علاقة العزم مع زاوية المرفق.

## 8-1 حساب حجم الدولاب المعدّل

يوضح الشكل(8-3) محرك أحادى الاسطوانة مع دولاب معدّل بقيمة عزم T أكبر من $T_L$.

$$T - T_L = I\alpha$$

حيث I عزم القصور للدولاب المعدّل حول محور المرفق، α في نفس اتجاه العزم الناتج.

$$T - T_L = I\omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

$$(T - T_L)d\theta = I\omega\, d\omega$$

$$\int_{\theta\ at\,\omega m}^{\theta\ at\,\omega M} (T - T_L)\, d\theta = \frac{1}{2} I\left(\omega_M^2 - \omega_m^2\right) d\omega$$

**مثال 8-1**

احسب عزم القصور المطلوب للدولاب المعدل لمحرك أحادى الاسطوانة، والذي يوضح

الشكل (8-3) مخطط العزم له عند سرعة 300rpm. أقصى تذبذب مسموح به للسرعة في الدورة 40rpm.

**الحل:**

مساحة الحلقة الأولى = +0.762 in²

الحلقة السابعة = +0.265

1.027

المساحة السابعة عند الحلقة الثامنة = 0.007

1.020 in²

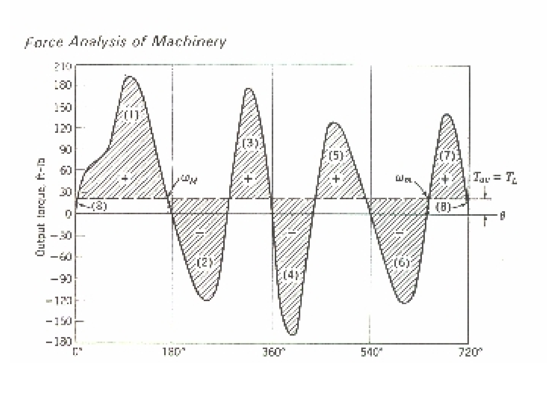
مقياس الرسم للعزم 120 ft.lb/in، وللسرعة الزاوية $\left(\frac{8}{9}\right)\pi\ {}^{rad}\!/_{in}$، وبالتالي كل أنش مربع في مخطط العزم يمثل 335 ft.lb

$$A = 1.020(335) = 342 \quad ft.lb$$

$$k = \frac{\omega_M - \omega_m}{\omega_{av}} = \frac{40}{3300} = 0.01212$$

$$I = 91\frac{A}{k\,n^2} = 91\frac{(342)}{0.01212(3300)^2}$$

$$I = 0.236 \quad slug.\,ft^2$$




شكل (8-3)

**مثال 8-2**

احسب الوزن w والسمك t للدولاب المعدّل ذي القطر 12 in (النوع القرصي) ليعطي عزم القصور المطلوب في المثال (8-1) كثافة الدولاب هي $490\ lb/ft^3$.

**الحل :**

$$I = \frac{wd^2}{8g}$$

$$w = \frac{8gI}{d^2} = \frac{8(32.2)(0.236)}{1}$$

$$w = 61 \quad lb \quad , \quad w = \frac{\pi d^2}{4} t\rho$$

$$t = \frac{4w}{\pi d^2 \rho} = \frac{4(61)}{\pi (1)^2 (490)}$$

$$t = 0.158 \quad ft$$

# 9

# الفصل التاسع

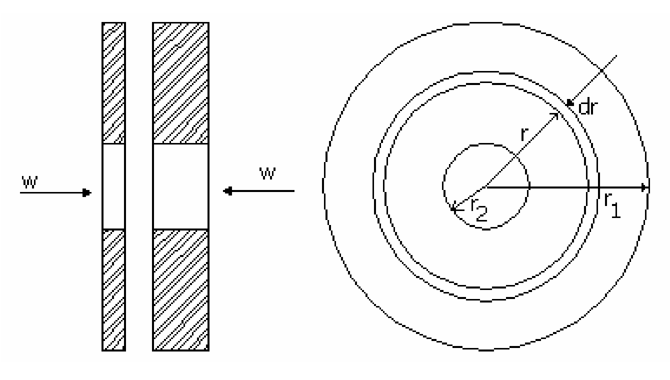
# القوابض الاحتكاكية Friction clutches

يتيح القابض وصل أو فصل عمودين على استقامة واحدة، سواء كانا متوقفين أو في حالة دوران. وقد تكون القوابض الاحتكاكية قرصية أو مخروطية أو تعمل بالطرد المركزي. وفي كل حالة يحدث انزلاق حتى يصبح للعمودين نفس سرعة الدوران. وهذا الانزلاق يسمح بالتعشيق التدريجي للعمود المدار، كما أنه يحد من عزم اللي المطلوب من عمود الإدارة.

## 1-9 القوابض القرصية Plate clutches

في حالة القابض القرصي يتم نقل العزم بالاحتكاك بين سطحين أو أكثر من الأسطح الحلقية المتحدة المحور، والتي تبقى متلامسة بضغط محوري، وعادة ما يكون وجها كل قرص فعالين، بحيث يحتوي القابض وحيد القرص على زوجين من الأسطح المتلامسة. والقابض الذي يحتوي على عدد n زوج من الأسطح المتلامسة ينقل عزم دوران يعادل n من المرات التي ينقلها زوج واحد منها.

في الشكل (9-1) افرض سطحين حلقيين مستويين، ويتلامسان بضغط محوري w.




شكل (9-1)

أفرض T عزم اللي المنقول، وρ هي كثافة توزيع الضغط بين الأسطح.

القوة العمودية على شريحة حلقية = $\rho * 2\pi\ r\ dr$

القوة المحورية الكلية $w = 2\pi \int_{r2}^{r1} \rho\ r\ dr$

والقوة الاحتكاكية على الحلقة = $\mu\ \rho * 2\pi\ r\ dr$

عزم القوة الاحتكاكية حول المحور = $\mu\ \rho * 2\pi\ r^2\ dr$

∴ عزم اللي المنقول $T = 2\pi\ \mu \int_{r2}^{r1} \rho\ r^2\ dr$

باعتبار أن الضغط منتظم التوزيع على مساحة التلامس فإن ρ ثابتة

$$w = \rho * \pi\ \left(r_1^2 - r_2^2\right)$$

$$T = \frac{2}{3}\pi\ \mu\ \rho\left(r_1^3 - r_2^3\right)$$

$$T = \frac{2}{3}\ \mu\ w\left(\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right)$$

و باعتبار أن معدّل البري في الأسطح المتلامسة منتظماً

البري α الضغط × السرعة.

البري αالضغط × نصف القطر.

أي أن ρr= ثابت (c)

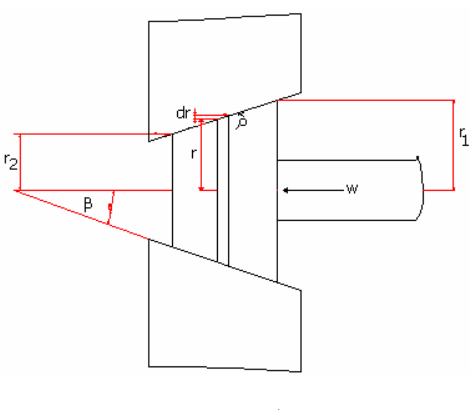
$$w = 2\pi\ c\left(r_1 - r_2\right)$$

$$T = \pi\ \mu\ c\left(r_1^2 - r_2^2\right)$$

$$T = \mu\ w\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right) = \mu\ w\ R$$ (عزم اللي المنقول)

## 2-9 القوابض المخروطية Cone clutches

القابض المخروطي له زوج واحد من الأوجه المحتكة، ومساحة التلامس عبارة عن سطح مخروط ناقص، كما موضح بالشكل (2-9).




**شكل (2-9)**

إذا كانت ρ هي الضغط العمودي بين الأسطح القوة العمودية على شريحة

$$\rho * 2\pi \ r \ dr \cos ec\beta =$$

ومركبة هذه القوة في اتجاه المحور = $\rho * 2\pi \ r \ dr \cos ec\beta * \sin \beta = 2\pi\rho \ r \ dr$

∴ القوة المحورية الكلية = $2\pi \int_{r2}^{r1} \rho \ r \ dr$

قوة الاحتكاك على الحلقة = $\mu\rho * 2\pi \ r \ dr \cos ec\beta$

عزم القوة (الاحتكاكية) حول المحور = $\mu\rho * 2\pi \ r^2 \ dr \cos ec\beta$

العزم المنقول = $T = 2\pi\mu \cos ec\beta \int_{r2}^{r1} \rho \ r^2 \ dr$

بفرض ρ ثابتة المقدار فإن $w = \pi \ \rho\left(r_1^2 - r_2^2\right)$

$$T = \frac{2}{3} \ \mu \ w\left(\frac{r_1^3 + r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right)\cos ec\beta$$

وبفرض ρr ثابتة المقدار

$$w = 2\pi\ c(r_1 - r_2)$$
$$T = \pi\ \mu\ c(r_1^2 - r_2^2)\cos ec\beta$$
$$T = \frac{\mu\ w}{2}(r_1 + r_2)\cos ec\beta$$
$$T = \mu\ w\,R\cos ec\beta$$

**مثال 9-1**

القطر المتوسط لأسطح تلامس قابض مخروطي يساوي 300 ملم، وعرض السطح المخروطي 65ملم؛ وسطح المخروط مغطى بمادة تعطي معامل احتكاك مقداره 0.3، والزاوية بين راسم المخروط ومحوره هي °15.

إذا كانت كثافة توزيع الضغط العمودي بين السطحين تحدها القيمة $70\ kN/m^2$، فأوجد أقصى قدرة يمكن نقلها عند السرعة 1200 rev/min دون حدوث انزلاق في القابض، وأيضاً أقل قوة محورية مطلوبة للإبقاء على القابض معشقاً.

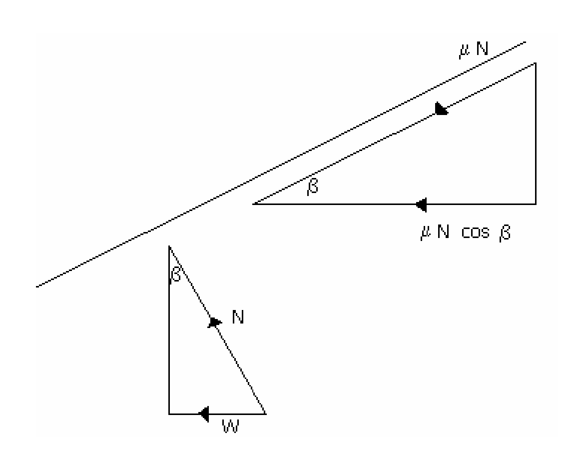
**الحل:**

$$r_1 - r_2 = 65\sin 15^o = 16.83\quad mm$$
$$\frac{r_1 + r_2}{2} = 150\ mm$$
$$\therefore r_1 = 158.4\ mm\quad ,\quad r_2 = 141.6\ mm$$

بفرض انتظام معدّل التآكل فإن أكبر ضغط سيحدث عند أقل نصف قطر.

$$c = \rho\ r = 70\times10^3\times0.1416 = 9912$$
$$\mathrm{w} = 2\pi\,\mathrm{c}(\mathrm{r}_1 - \mathrm{r}_2)$$
$$= 2\pi\times9912\times0.01683$$
$$= 1048\ \mathrm{N}$$

$$T = \mu\ w\ R\ \text{cosec}15$$
$$= 0.3(1048)(0.15)(3.864)$$
$$= 182.3\ \text{N.m}$$
$$\frac{2\pi(182.3)(1200)}{60} = \frac{2\pi\ T\ N}{60} =$$
$$22900\ \text{w} =$$
$$22.9\ \text{kw} =$$




**شكل (3-9)**

من الشكل (3-9)

أقل قوة محورية مطلوبة ليبقى القابض معشقاً = $w + \mu\ N\cos\beta$

حيث N القوة العمودية بين الأسطح

ولكن:

$$N = w + \mu\ \cos ec\beta$$

∴ القوة المحورية

$$w(1+\mu\ \cot\beta) = 1048(1+0.3\ \cot\beta) = 2225N$$

# المصادر والمراجع

- أحمد زكي، وسائل نقل الحركة الميكانيكية – النيوماتية – الهيدروليكية، دار الكتب العلمية للنشر والتوزيع.

- Alaxi & Darbyshirg , Mechanics Engineering, Btec - Mtibnal units, Butterworth - Heinemann An Imprint of Elsevier,2005.
- Benjamin W. Niebel & Andris Freivalds, Methods, Standards, and work design, eleventh Edition, Mc - Grow Hill series 2005.
- Robert A.Parmley, Machine devices and components illustrated source book, Mc - Grow Hill series 2005.
- James Crvill. Mechanics Engineer's Data handbook, Butterworth - Heinemann An Imprint of Elsevier 2005.
- Grant R. Fowles & George L. Cassiday, Analytical Mechanics, seventh edition, Thomson Books 2007.